ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ИНКЛЮЗИВНОГО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАЛМЫЦКИЙ ФИЛИАЛ

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫОБУЧАЮЩИХСЯ

по учебной дисциплине ОДП.01. Математика
программы подготовки специалистов среднего звена
по специальности
38.02.04 Коммерция (по отраслям)

г. Элиста, 2022 г.

ОДОБРЕНЫ
научно-методическим советом
протокол № 5 от «28» 04 2022 г.

председатель научно-методического совета
Б.Н. Бюрчиева/__________

РАССМОТРЕНЫ
на заседании предметно-цикловой комиссии
Дисциплин общеобразовательного цикла

протокол № 10 от «01» 04 2022 г.
председатель предметно-цикловой комиссии
А.Ю. Болдырева/ __________

составитель:
________ Т.Л. Очирова, высшая квалификационная категория, преподаватель

СОДЕРЖАНИЕ

1. Пояснительная записка

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся по учебной дисциплине ОДП.01. Математика предназначены для обучающихся по специальности среднего профессионального образования 38.02.04 Коммерция (по отраслям) и составлены в соответствии с рабочей программой и календарно-тематическим планом учебной дисциплины.

Учебная дисциплина изучается в течение 1 и 2 семестров. Общий объем времени, отведенный на выполнение самостоятельной работы по учебной дисциплине ОДП.01. Математика составляет в соответствии с учебным планом и рабочей программой – 117 часов: в 1 семестре – 46 часов и во 2 семестре – 71 час.

Цель методических рекомендаций - оказание помощи обучающимся в выполнении самостоятельной работы по учебной дисциплине ОДП.01. Математика.

Самостоятельная работа направлена на освоение обучающимися следующих результатов обучения согласно ФГОС СПО по специальности 38.02.04 Коммерция (по отраслям) и требованиям рабочей программы учебной дисциплины ОДП.01. Математика:

• личностных:

– сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

– понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;

– развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

– овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;

– готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

– готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;

– готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;

– отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

• метапредметных:

– умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

– умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

– владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

– готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

– владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

– владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

– целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

• предметных:

– сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;

– сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

– владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

– владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

– сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

– владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

– сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

– владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

2. Распределение часов на выполнение самостоятельной работы студентов по разделам и темам учебной дисциплины

Наименование раздела, темы	Количество часов на самостоятельную работу обучающегося
1семестр	**46**
Введение	**1**
Математика в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. Цели и задачи изучения математики при освоении профессий СПО и специальностей СПО.	1
Тема 1. Развитие понятия о числе	**3**
Тема 1.1. Целые и рациональные числа. Действительные числа. Приближенные вычисления.	3
Тема 2. Уравнения и неравенства	**7**
Тема 2.1. Уравнения, неравенства и системы уравнений, неравенств. Рациональные, иррациональные уравнения, неравенства и их системы. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Основные приемы их решения (разложение на множители, введение новых неизвестных, подстановка, графический метод). Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.	4
Тема 2.2. Прикладные задачи. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.	3
Тема 3. Корни, степени и логарифмы	**9**
Тема 3.1. Корни и степени. Корни натуральной степени из числа и их свойства. Степени с рациональными показателями, их свойства. Степени с действительными показателями. Свойства степени с действительным показателем. Показательные уравнения, неравенства и их системы.	4
Тема 3.2. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Десятичные и натуральные логарифмы. Правила действий с логарифмами. Переход к новому основанию. Логарифмические уравнения, неравенства и их системы.	5
Тема 4. Прямые и плоскости в пространстве	**14**
Тема 4.1. Аксиомы стереометрии. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.	3
Тема 4.2. Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей.	3
Тема 4.3. Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью.	3
Тема 4.4. Двугранный угол. Угол между плоскостями. Перпендикулярность двух плоскостей.	2
Тема 4.5. Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур.	3
Тема 5. Координаты и векторы	**6**
Тема 5.1. Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по направлениям. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось.	2

Тема 5.2. Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.	4
Тема 6. Комбинаторика	**6**
Тема 6.1. Основные понятия комбинаторики. Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний. Решение задач на перебор вариантов.	3
Тема 6.1. Формула бинома Ньютона. Свойства биноминальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.	3
2 семестр	**71**
Тема 7. Основы тригонометрии	**13**
Тема 7.1. Радианная мера угла. Вращательное движение. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.	2
Тема 7.2. Формулы сложения. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму.	2
Тема 7.3. Формулы двойного угла. Формулы половинного угла.	2
Тема 7.3. Формулы приведения.	2
Тема 7.4. Простейшие тригонометрические уравнения. Арксинус, арккосинус, арктангенс.	5
Тема 8. Функции, их свойства и графики	**9**
Тема 8.1. Функции. Область определения и множество значений; график функции, построение графиков функций, заданных различными способами.	1
Тема 8.2. Свойства функции. Монотонность, четность, нечетность, ограниченность, периодичность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Арифметические операции над функциями. Сложная функция (композиция). Обратные функции. График обратной функции	2
Тема 8.3. Степенные, показательные и логарифмические функции. Определения функций, их свойства и графики. Преобразования графиков. Параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой $y = x$, растяжение и сжатие вдоль осей координат.	2
Тема 8.4. Тригонометрические функции. Определения функций, их свойства и графики. Преобразования графиков.	2
Тема 8.5. Обратные тригонометрические функции. Определения функций, их свойства и графики. Преобразования графиков.	2
Тема 9. Начала математического анализа	**14**
Тема 9.1. Последовательности. Способы задания и свойства числовых последовательностей. Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Суммирование последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.	2
Тема 9.2. Производная. Понятие о производной функции, ее физический смысл. Производные суммы, разности, произведения, частные. Производные основных элементарных функций.	3
Тема 9.3. Уравнение касательной к графику функции. Геометрический смысл производной.	2

Тема 9.4. Применение производной к исследованию функций и построению графиков	3
Тема 9.5. Наибольшее и наименьшее значения функции.	2
Тема 9.6. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Вторая производная, ее геометрический и физический смысл. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой и графиком.	2
Тема 10. Интеграл и его применение	**14**
Тема 10.1. Первообразная и интеграл. Основные формулы неопределенного интеграла	4
Тема 10.2. Определенный интеграл и его свойства	3
Тема 10.3. Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции.	4
Тема 10.4. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.	3
Тема 11. Многогранники и круглые тела	**15**
Тема 11.1. Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Призма. Прямая и наклонная призма. Формулы площади поверхностей и объема призмы.	1
Тема 11.2. Параллелепипед. Куб. Формулы площади поверхностей и объема параллелепипеда.	2
Тема 11.3. Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр. Формулы площади поверхностей и объема пирамиды.	2
Тема 11.4. Сечения куба, призмы и пирамиды. Представление о правильных многогранниках	1
Тема 11.5. Представление о правильных многогранниках	2
Тема 11.6. Цилиндр. Формулы площади поверхностей и объема цилиндра.	2
Тема 11.7. Конус. Усеченный конус. Формулы площади поверхностей и объема конуса.	2
Тема 11.8. Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере. Формулы объема шара и площади сферы. Подобие тел. Отношения площадей поверхностей и объемов подобных тел.	3
Тема 12.Элементы теории вероятностей и математической статистики	**6**
Тема 12.1. Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей. Понятие о независимости событий.	2
Тема 12.2. Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Числовые характеристики дискретной случайной величины.	2
Тема 12.3. Представление данных (таблицы, диаграммы, графики), генеральная совокупность, выборка, среднее арифметическое, медиана. Понятие о задачах математической статистики.	2
Итого	**117**

3.Виды самостоятельной работы обучающихся по учебной дисциплине

- выполнение письменных заданий, тестирование;
- конспектирование, работа с книгой, учебником;
- выполнение самостоятельных работ, решение задач;
- составление кроссвордов;

4. Методические рекомендации для обучающихся по выполнению самостоятельной работы

4.1 Методические рекомендации по составлению конспекта

Внимательно прочитайте текст.
Уточните в справочной литературе непонятные слова.
При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта.
Выделите главное, составьте план.
Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора.
Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана.
При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами.
Записи следует вести четко, ясно.
Грамотно записывайте цитаты.
Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

4.2. Решение задач

1. Внимательно прочитайте теоретический материал - конспект, составленный на учебном занятии. Выпишите формулы из конспекта по изучаемой теме.
2. Обратите внимание, как использовались данные формулы при решении задач на занятии.
3. Выпишите ваш вариант задания.
4. Решите предложенную задачу, используя выписанные формулы.
5. В случае необходимости воспользуйтесь справочными данными.
6. Проанализируйте полученный результат (проверьте размерности величин, правильность подстановки в формулы численных значений, правильность расчетов, правильность вывода неизвестной величины из формулы).
7. Решение задач должно сопровождаться необходимыми пояснениями. Расчётные формулы приводите на отдельной строке, выделяя из текста, с указанием размерности величин. Формулы записывайте сначала в общем виде (буквенное выражение), затем подставляйте числовые значения без указания размерностей, после чего приведите конечный результат расчётной величины. Окончательный ответ следует приводить и в системе СИ.

Показатели оценки результатов самостоятельной работы:

- грамотная запись условия задачи и ее решения;
- грамотное использование формул;
- грамотное использование справочной литературы;
- точность и правильность расчетов;
- обоснование решения задачи.

4.3 Методические рекомендации по написанию контрольной работы

Контрольная работа – промежуточный метод проверки знаний обучающегося с целью определения конечного результата в обучении по данной теме или разделу. Она призвана систематизировать знания, позволяет повторить и закрепить материал. При выполнении студенты ограничены во времени, могут использовать любые учебные пособия, консультации преподавателя.

4.5. Методические рекомендации по составлению кроссворда

Кроссворд-это игра, состоящая в разгадывании слов по определениям.

1. В общем случае определение должно состоять из одного предложения.
2. Определения должны быть по возможности краткими.
3. Следует избегать перечислений, не злоупотреблять причастными и деепричастными оборотами, не перегружать текст прилагательными. Определение кроссворда - своего рода компромисс между краткостью и содержательностью.

4. Запрещается использование в одной сетке двух и более одинаковых слов, даже с различными определениями.
5. В вопросах следует избегать энциклопедических определений.
6. В целом работа должна быть авторской, а не перепечаткой статей из словаря.
7. Нежелательно начинать формулировку вопроса с цифры, глагола, деепричастия.
8. Запрещается использование однокоренных слов в вопросах и ответах.
9. В работе должна быть изюминка, то есть нечто, отличающее ее от миллионов других.
10. Запрещается помещать слова без пересечений (встречается и такое).

5. Комплект компетентностных заданий для самостоятельной работы обучающихся

1 семестр

Введение. Математика в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. Цели и задачи изучения математики при освоении профессий СПО и специальностей СПО (1 час).

Самостоятельная работа № 1

Вид и содержание самостоятельной работы (1 час)

Задание 1. Дайте ответы на поставленные вопросы:

1. Что такое математика?
2. Для чего нужно знать математику?
3. Какие высказывания о математике вы знаете?
4. Каких великих математиков вы знаете?

Задание 2. Составить кроссворд «Все о математике», с соблюдением методических рекомендаций по составлению кроссвордов.

Форма выполнения задания: кроссворд.

Тема 1. Развитие понятия о числе (3 часа)

Тема 1.1. Целые и рациональные числа (1 час)

Самостоятельная работа №2

Вариант I

1. Найдите значение выражения:т $\dfrac{(152\frac{3}{4}-148\frac{3}{8})\cdot 0{,}3}{0{,}2}$

2. Найдите x из пропорции: $\dfrac{(4-3{,}5(2\frac{1}{7}-1\frac{1}{5}))\div 0{,}16}{x}=\dfrac{3\frac{2}{7}-\frac{3}{14}\div\frac{1}{6}}{41\frac{23}{84}-40\frac{49}{60}}$

3. Найдите число, если 40% его равны 12.

4. Найдите 4% от 75.

Вариант II

1. Найдите значение выражения: $\dfrac{172\frac{5}{6}-170\frac{1}{3}+3\frac{5}{12}}{0{,}8\cdot 0{,}25}$

2. Найдите x из пропорции: $\dfrac{0{,}125x}{(\frac{19}{24}-\frac{21}{40})\cdot 8\frac{7}{16}}=\dfrac{(1\frac{28}{63}-\frac{17}{21})\cdot 0{,}7}{0{,}675\cdot 2{,}4-0{,}02}$

3. Найдите число, если 15% его равны 135.

4. Найдите 15% от 84.

Оценка: «3» - 2 номера; «4» - 3 номера

Тема 1.2. Действительные числа (1 час)

Самостоятельная работа № 3

Вычислите, ответ округлите до 0,001.

1 вариант 2 вариант

а) $\dfrac{1{,}9\cdot 6{,}3\cdot 3{,}05}{5{,}3\cdot 125}$

б) $\dfrac{0{,}85^2\cdot\sqrt[3]{5{,}35}}{\sqrt{0{,}825}}$

в) $\dfrac{tg15^\circ\cdot\sqrt{\sin 65^\circ}}{\cos 28^\circ}$

г) $\dfrac{0{,}815\cdot 12{,}6\cdot 5{,}05}{0{,}0854\cdot 18{,}9}$

а) $\dfrac{5{,}8\cdot 6{,}55\cdot 4{,}05}{12{,}4\cdot 215}$

б) $\dfrac{0{,}65\cdot\sqrt{7{,}45}}{\sqrt[3]{3{,}62}}$

в) $\dfrac{\sin 25^\circ\cdot\sqrt{tg65^\circ}}{\cos 22^\circ}$

г) $\dfrac{0{,}0615\cdot 19{,}8\cdot 60{,}4}{3{,}08\cdot 46{,}2}$

Тема 1.3. Арифметические действия над числами, нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной), сравнение числовых выражений (1 час)

Самостоятельная работа № 4

Применив правила для выполнения действий без точного учета погрешностей, выполните действия.

1. Найти сумму $x+y$ и разность $x-y$, если:

а) $x\approx 1{,}34$; $y\approx 2{,}30$; б) $x\approx 4{,}331$; $y\approx 5{,}7$;

в) $x\approx 2{,}0\cdot 10^3$; $y\approx 1{,}25\cdot 10^2$; г) $x\approx 1{,}25\cdot 10^2$; $y\approx 7{,}1\cdot 10^{-1}$

2. Найти произведение $x\cdot y$ и частное $\dfrac{x}{y}$, если

а) $x\approx 1{,}26$; $y\approx 2{,}10$; б) $x\approx 1{,}2\cdot 10^2$; $y\approx 3\cdot 10^2$;

в) $x\approx 25{,}678$; $y\approx 1{,}23$; г) $x\approx 4{,}8\cdot 10^2$; $y\approx 1{,}331\cdot 10^{-2}$

3. Найдите значение выражения $\dfrac{x\cdot y}{x^2+y^2}$ для $x\approx 1{,}34$; $y\approx 2{,}30$. Для вычисления рекомендуется пользоваться калькулятором

Тема 2. Уравнения и неравенства (7 часов)

Тема 2.1. Уравнения, неравенства и системы уравнений, неравенств. Рациональные, иррациональные уравнения, неравенства и их системы. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Основные приемы их решения (разложение на множители, введение новых неизвестных, подстановка, графический метод). Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем (3 часа)

Тема 2.1.1. Уравнения и системы уравнений. Рациональные уравнения и их системы. Равносильность уравнений систем (1 час)

Самостоятельная работа № 5

Вариант 1

1.Решить уравнение

$2(x-1)+4=3x-7$

2.Решить графически неравенство

$8-3x>0$

3. Решить уравнение

$3x^2-7x+4=0$

4. Решить систему линейных уравнений.

$\begin{cases}2x+3y+2=0\\x+5y=6\end{cases}$

Вариант 2

1.Решить уравнение

$2(x-2)+5=3x-8$

2.Решить графически неравенство

$3-2x>8$

3. Решить уравнение

$5x^2-8x+3=0$

4. Решить систему линейных уравнений.

$\begin{cases}3x+2y+2=0\\y+5x=6\end{cases}$

Тема 2.1.2. Рациональные неравенства. Равносильность неравенств (1 час)
Самостоятельная работа № 6

Вариант I

Решите неравенство:

1) $\frac{5x-2}{3}-\frac{3-x}{2}>1$;

2) $\frac{(x-1)(x-2)}{x-3}\geq 0$;

3) $x^2+5x+4\geq 0$.

Вариант II

Решите неравенство:

1) $3+\frac{2-3x}{4}<2x$;

2) $\frac{x-2}{(x-3)(x-5)}<0$;

3) $x^2-5x-6\geq 0$.

Тема 2.1.3. Корни уравнений. Равносильность уравнений. Преобразование уравнений (1 час)
Самостоятельная работа № 7

1 вариант

1. Решите уравнения:

а) $x=\sqrt{1-2x}$;

б) $\sqrt{3x+1}=x-1$;

в) $\sqrt{x-2+2\sqrt{x+5}}=1$.

2 вариант

1. Решите уравнения:

а) $x=\sqrt{1-x}$;

б) $\sqrt{2x+4}=x-2$;

в) $\sqrt{x-1+\sqrt{x+2}}=3$.

Тема 2.1.4. Основные приемы решения уравнений (1 час)
Самостоятельная работа № 8

Вариант 1.

1. Решите уравнение $\frac{5}{2x+3}=\frac{4}{7}$
2. Решите уравнение $\frac{x+9}{3}-\frac{x-1}{5}=2$.
3. Решите уравнение $\frac{x-4}{x+4}=5$.
4. Решите уравнение $\frac{5}{1-x}=\frac{4}{3-x}$.

Вариант 2.

1. Решите уравнение $\frac{5}{x+2}=\frac{3}{x-4}$.
2. Найдите корни уравнения $\frac{(x-3)(x+2)}{x-2}=0$.
3. Решите уравнение $\frac{x^2-7x+12}{x-3}=0$.
4. Решите уравнение $\frac{x^2+6x+8}{x+4}=0$

Тема 2.3. Прикладные задачи. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений (3 часа)
Тема 2.3. 1. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики (1 час)
Самостоятельная работа № 9

1. Студент получил свой первый гонорар в размере 700 рублей за выполненный перевод. Он решил на все полученные деньги купить букет гвоздик для своей учительницы английского языка. Какое наибольшее количество гвоздик сможет купить студент, если удержанный у него налог на доходы составляет 13% гонорара, гвоздики стоят 40 рублей за штуку и букет должен состоять из нечетного числа цветов?
2. Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 10%. Книга стоит 600 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?
3. Магазин делает пенсионерам скидку на определенное количество процентов от цены покупки. Упаковка пельменей стоит в магазине 75 рублей. Пенсионер заплатил за упаковку пельменей 72 рубля. Сколько процентов составляет скидка для пенсионеров?
4. В сентябре 1 кг винограда стоил 801 рублей. В октябре виноград подорожал на 20%. Сколько стоил 1 кг винограда после подорожания в октябре?

5. В сентябре 1 кг клубники стоил 120 рублей, в октябре клубника подорожала на 20%, а в ноябре ещё на 25%. Сколько рублей стоил 1 кг клубники после подорожания в ноябре?

Тема 2.3.2. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики (1 час)

Самостоятельная работа № 10

1. В доме, в котором живет Ася, 9 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находится по 4 квартиры. Ася живет в квартире № 41. В каком подъезде живет Ася?
2. В доме, в котором живет Олег, один подъезд. На каждом этаже по четыре квартиры. Олег живет в квартире 35. На каком этаже живет Олег?
3. При оплате услуг через платежный терминал взимается комиссия 8%. Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям. Аня хочет положить на счет своего мобильного телефона не меньше 500 рублей. Какую минимальную сумму она должна положить в приемное устройство данного терминала?
4. В университетскую библиотеку привезли новые учебники по геометрии для 1-2 курсов, по 320 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 8 полок, на каждой полке помещается 20 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?
5. прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 4 раза в день в течении 21 дня. В одной упаковке 40 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?
6. Для приготовления вишневого варенья на 1 кг вишни нужно 1,5 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 19 кг вишни?
7. В городе N живет 250000 жителей. Среди них 15 % детей и подростков. Среди взрослых 35 % не работает (пенсионеры, студенты, домохозяйки и т.п.). Сколько взрослых жителей работает?

Тема 2.3.3. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики (1 час)

Самостоятельная работа № 11

1. Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 112 км в час? (Считайте, что 1 миля равна 1,6 км).
2. На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и попросил залить бензин до полного бака. Цена бензина 29 руб. 40 коп. Сдачи клиент получил 235 руб. 60. Коп. Сколько литров бензина было залито в бак?
3. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 33 мили в час? Ответ округлите до целого числа.
4. Таксист за месяц проехал 8000 км. Стоимость 1 литра бензина 22,5 рублей. Средний доход бензина на 100 км составляет 7 л. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?
5. Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 12 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продается в пакетиках по 10 г. какое наименьшее число пачек нужно купить хозяйке для приготовления 8 литров маринада?
6. Больному на лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 8 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?
7. В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 800 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 9 недель?

Тема 3. Корни, степени и логарифмы (9 часов)

Тема 3.1. Корни и степени. Корни натуральной степени из числа и их свойства. Степени с рациональными показателями, их свойства. Степени с действительными показателями. Свойства степени с действительным показателем. Показательные уравнения, неравенства и их системы (4 часа)

Тема 3.1.1. Корни и степени. Корни натуральной степени из числа и их свойства. Степени с рациональными показателями, их свойства. Степени с действительными показателями. Свойства степени с действительным показателем (1 час)

Самостоятельная работа № 12

Задание 1. Составить карточку-консультацию, таблицу (краткий справочный материал, примеры решения типовых заданий, задания для самостоятельной работы)

Тема: « Корни»		
Краткий справочный материал по теме	Примеры решения типовых заданий	Задания для самостоятельной работы
$\sqrt[n]{a}$ Читаем: «Корень n-ой степени из числа a»	$\sqrt[3]{2}$ - читаем: корень 3-ей степени из 2-х; $\sqrt[5]{c}$- читаем: корень 5-ой степени из с	Прочитайте: $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[6]{x}$
$\sqrt[n]{a} = b$ <=> $b^n = a$	$\sqrt[3]{8} = 2$ <=> $2^3 = 8$ $\sqrt[4]{81} = 3$ <=> $3^4 = 81$ $\sqrt[2]{25} = \sqrt{25} = 5$ <=> $5^2 = 25$ $\sqrt[3]{-27} = -3$ <=> $(-3)^3 = -27$ $\sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \frac{1}{2}$ <=> $(\frac{1}{2})^5 = \frac{1}{32}$	Вычислите: 1) $\sqrt[4]{16}$; 2) $\sqrt[3]{64}$; 3) $\sqrt[5]{-32}$; 4) $\sqrt[4]{\frac{81}{256}}$
$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$	$\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3 \cdot 9} = \sqrt[3]{27} = 3$ $\sqrt[5]{-27} \cdot \sqrt[5]{9} = \sqrt[5]{-27 \cdot 9} = \sqrt[5]{-243} =$ -3	Вычислите: 1) $\sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{4}$; 2) $\sqrt[7]{16} \cdot \sqrt[7]{-8}$
$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ $в \neq 0$	$\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[4]{\frac{32}{2}} = \sqrt[4]{16} = 2$	Вычислите: 1) $\frac{\sqrt[3]{-625}}{\sqrt[3]{-5}}$; 2) $\frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{-9}}$; 3) $\frac{\sqrt[4]{128}}{\sqrt[4]{8}}$
$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n \cdot k]{a^k}$ $к > 0$	$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3 \cdot 2]{4^2} = \sqrt[4]{16} = 2$	Измените степень корня; найдите значение подкоренного выражения: 1) $\sqrt[4]{5} = \sqrt[8]{?}$ 2) $\sqrt{4} = \sqrt[6]{?}$
$\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k$ Если $k \leq 0$, то $a \neq 0$	$\sqrt[3]{64^2} = (\sqrt[3]{64})^2 = 4^2 = 16$ $\sqrt[4]{81^3} = (\sqrt[4]{81})^3 = 3^3 = 27$	Вычислите: 1) $\sqrt[5]{32^4}$; 2) $\sqrt[6]{729^2}$; 3) $\sqrt[4]{256^3}$
$\sqrt[m]{a^n} = a^{n/m}$ $m > 0$	$\sqrt[4]{2^8} = 2^{8/4} = 2^2 = 4$ $\sqrt[3]{6^3} = 6^{3/3} = 6$	Вычислите: 1) $\sqrt[4]{3^{12}}$; 2) $\sqrt[7]{3^7}$

Задание 2. Заполнить таблицу «Корни, степени и логарифмы».

Задание одинаково для всех вариантов.

Примеры и их решения должны быть индивидуальными.

	Понятия	Теоретические сведения	Пример, решение
1	Определение степени.		
2	Свойства степени с действительным показателем.		
3	Определение арифметического корня.		
4	Свойства арифметического корня.		

Тема 3.1.2. Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами. Нахождение значений степеней с рациональными показателями. Сравнение степеней. Преобразования выражений, содержащих степени (1 час)

Самостоятельная работа № 13.

Тест

Свойства степени		Вариант 1
А) Выберите номер правильного ответа		
А1	Упростите: $a^{2,3} \cdot a^{1,1}$	1) $a^{3,4}$; 2) $a^{1,2}$; 3) $a^{2,4}$; 4) $a^{2,51}$
А2	Найдите значение выражения: $\frac{5^{6a}}{25^a}$ при $a = \frac{1}{4}$	1) $\sqrt{5}$; 2) 0,2; 3) 5; 4) 25
А3	Выполните действия: $3a^{2,4} + 2\left(a^{1,2}\right)^2$	1) $6a^{4,8}$; 2) $5a^{4,8}$; 3) $6a^{2,4}$; 4) $5a^{2,4}$
А4	Вычислите $36^{\frac{1}{2}} - 7,2^0$	1) 5; 2) 4; 3) –1; 4) 0
А5	Найдите наименьшее из указанных чисел $\sqrt[3]{4}$; $16^{0,2}$; $0,5^{-3}$; 8^{-3}	1) $\sqrt[3]{4}$; 2) $16^{0,2}$; 3) $0,5^{-3}$; 4) 8^{-3}
А6	Упростите выражение: $\frac{\left(2a^{0,25}\right)^2 \cdot 0,5a^{1,5}}{a^3}$	1) a; 2) $\frac{2}{a}$; 3) $2a^5$; 4) a^{-1}
А7	Преобразуйте выражение $\frac{x-y}{x^{0,5} - y^{0,5}} - y^{0,5}$	1) y; 2) $x^{0,5}$; 3) $2x^{0,5}$; 4) $y^{0,5}$
А8	Вычислите $\frac{(8)^{\frac{2}{3}} \cdot 12^{\frac{1}{2}}}{3^{0,5}}$	1) 2; 2) 6; 3) 8; 4) 16
Свойства степени		Вариант 2
А) Выберите номер правильного ответа		
А1	Упростите: $a^{2,3} : a^{1,1}$	1) $a^{3,4}$; 2) $a^{1,2}$; 3) $a^{2,4}$; 4) $a^{1,29}$
А2	Найдите значение выражения: $\frac{6^{4a}}{36^a}$ при $a = \frac{1}{2}$	1) $\sqrt{6}$; 2) 1; 3) 36; 4) 6
А3	Выполните действия: $3a^{1,8} + \left(2a^{0,9}\right)^2$	1) $7a^{1,8}$; 2) $5a^{1,8}$; 3) $7a^{3,6}$; 4) $5a^{3,6}$
А4	Вычислите $64^{\frac{1}{3}} + 5,7^0$	1) 5; 2) 9; 3) 9,7; 4) 13,7
А5	Найдите наибольшее из указанных чисел $\sqrt[3]{4}$; $16^{0,2}$; $0,5^{-3}$; 8^{-3}	1) $\sqrt[3]{4}$; 2) $16^{0,2}$; 3) $0,5^{-3}$; 4) 8^{-3}
А6	Упростите выражение: $\frac{\left(4a^{0,5}\right)^2 \cdot 0,25a^{1,5}}{a^{2,5}}$	1) 1; 2) $\frac{4}{a}$; 3) $4a$; 4) 4
А7	Преобразуйте выражение $\frac{x-y}{x^{0,5} + y^{0,5}} + y^{0,5}$	1) $2y$; 2) $x^{0,5}$; 3) $2x^{0,5}$; 4) $2y^{0,5}$
А8	Вычислите $\frac{(16)^{\frac{3}{4}} \cdot 18^{\frac{1}{2}}}{2^{0,5}}$	1) 24; 2) 36; 3) 12; 4) 18

№ варианта	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
1	1	3	4	1	4	2	2	3
2	2	4	1	1	3	4	2	1

Тема 3.1.3. Преобразование алгебраических выражений (1 час)
Самостоятельная работа № 14.
Вариант 1.

1. Упростите выражение $\dfrac{\sqrt[3]{a^2\sqrt[4]{a}}}{\sqrt[4]{a}}$ а) $\sqrt{a}$; б) $\sqrt[4]{a}$; в) $\sqrt[12]{a^5}$; г) $\sqrt[6]{a}$

2. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt{3\sqrt[3]{3}}}{\left(\sqrt[4]{9}-1\right)\left(\sqrt[4]{9}+1\right)}$ а) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$; б) 1; в) $\sqrt{3}-1$; г) 1,5

3. Упростите выражение $2\sqrt[3]{\sqrt{a}}-\sqrt[6]{ab}:\sqrt[6]{b}$ __________

4. Найдите значение произведения $\sqrt[4]{3+\sqrt{5}}\cdot\sqrt[4]{3-\sqrt{5}}$ __________

5. Упростите выражение $\dfrac{\sqrt{b}-1}{b\sqrt{b}-1}$ а) $\dfrac{\sqrt{b}-1}{\sqrt{b}+1}$; б) $\dfrac{1}{\sqrt{b}+1}$; в) $\dfrac{1}{b+\sqrt{b}+1}$; г) $\dfrac{1}{b}$

Вариант 2.

1. Упростите выражение $\dfrac{\sqrt[4]{a^2\sqrt[3]{a}}}{\sqrt{a}}$ а) $\sqrt[7]{a^3}$; б) $\sqrt[6]{a^7}$; в) $\sqrt[12]{a}$; г) $\sqrt[6]{a}$

2. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt[6]{2}\cdot\sqrt[3]{2\sqrt{8}}}{\left(\sqrt[4]{4}-1\right)\left(\sqrt[4]{4}+1\right)}$ а) $\sqrt[4]{2}$; б) 2; в) $\sqrt{2}$; г) $2\sqrt{2}$

3. Упростите выражение $\sqrt[4]{ab}:\sqrt[4]{b}+2\sqrt{\sqrt{a}}$ __________

4. Найдите значение произведения $\sqrt[3]{2-\sqrt{3}}\cdot\sqrt[3]{2+\sqrt{3}}$ __________

5. Упростите выражение $\dfrac{a\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+1}$ а) $\dfrac{1}{\sqrt{a}}$; б) $a-\sqrt{a}+1$; в) $\sqrt{a}+1$; г) a

Тема 3.1.4. Решение показательных уравнений, неравенств и их систем (1 час)
Самостоятельная работа № 15

Вариант 1	**Вариант 2**	**Вариант 3**	**Вариант 4**
1. $2^{26-x}=4$ 2. $0{,}4^{-2x+3}\ge 0{,}16$ 3. $14^{26x}-14^{26x-1}=13$ 4. $2^x+2^{x-3}<18$ 5. $4^x-6\cdot 2^x-32=0$	1. $2^{2-x}=4$ 2. $6^{3x-5}\le\frac{1}{6}$ 3. $2^{2x}-2^{2x-1}=1$ 4. $3^x+4\cdot 3^x>33$ 5. $9^x+3\cdot 3^x-18=0$	1. $3^{x+3}=9$ 2. $0{,}1^{4x-1}>10$ 3. $5^{2x-1}-5^{2x-3}=4{,}8$ 4. $3^x-3^{x+3}\le -78$ 5. $9^x-6\cdot 3^x-27=0$	1. $2^{4-x}=4$ 2. $7^{3x+5}<\frac{1}{49}$ 3. $3^{4x}-3^{4x-1}=2$ 4. $3\cdot 2^{x+1}-6\cdot 2^{x-1}\ge 12$ 5. $9^x-2\cdot 3^x=63$

Вариант 5	**Вариант 6**	**Вариант 7**	**Вариант 8**
1. $3^{x+5}=27$ 2. $(^1/_2)^{2x+3}>{}^1/_8$ 3. $8^{2x+1}+8^{2x}=9$ 4. $2\cdot 3^{x-6}+6\cdot 3^{x-4}\le 56$ 5. $4^x-14\cdot 2^x-32=0$	1. $2^{6-x}=4$ 2. $7^{3x-2}<49$ 3. $4^{6x}-4^{6x-1}=3$ 4. $4\cdot 3^{3x-2}-3^{3x-3}\ge 33$ 5. $4^x-3\cdot 2^x=40$	1. $3^{x+7}=81$ 2. $(^2/_3)^{5+2x}\ge{}^4/_9$ 3. $10^{2x+1}+10^{2x}=11$ 4. $5^x-7\cdot 5^{x-2}<90$ 5. $3\cdot 9^x-10\cdot 3^x-27=0$	1. $2^{8-x}=4$ 2. $6^{5x-2}\le 36$ 3. $5^{8x}-5^{8x-1}=4$ 4. $5^{x+1}-3\cdot 5^{x-2}>122$ 5. $4^x-9\cdot 2^x+8=0$

Тема 3.2. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Десятичные и натуральные логарифмы. Правила действий с логарифмами. Переход к новому основанию. Логарифмические уравнения, неравенства и их системы (5 часов)
Тема 3.2.1. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Десятичные и натуральные логарифмы. Правила действий с логарифмами. Переход к новому основанию (1 час)
Самостоятельная работа № 16
Заполнить таблицу «Логарифмы».
Задание одинаково для всех вариантов.
Примеры и их решения должны быть индивидуальными.

	Понятия	Теоретические сведения	Пример, решение
1.	Определение логарифма.		
2.	Основное логарифмическое тождество.		
3.	Условие существования логарифма.		
4.	Свойства логарифмов.		

Тема 3.2.2. Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому. Вычисление и сравнение логарифмов (1 час)
Самостоятельная работа № 17.
Вычислить логарифмы.

Вариант 1	Вариант 2
Вычислить: 1. $\log_4 16$ 2. $\log_{25} 125$ 3. $\log_8 2$ 4. $\log_{\frac{1}{7}} 49$ 5. $\log_6 \sqrt{6}$ 6. $3^{2\log_3 7}$ 7. $\log_{\frac{1}{4}} \sqrt{2}$ 8. $\log_9 \frac{1}{\sqrt{3}}$ 9. Найдите x, если $\log_2 x=\log_2 3+\log_2 \frac{2}{3}$	Вычислить: 1. $\log_3 27$ 2. $\log_{49} 7$ 3. $\log_4 8$ 4. $\log_{\frac{1}{27}} 3$ 5. $\log_5 \sqrt[3]{5}$ 6. $27^{\log_3 2}$ 7. $\log_{\sqrt{27}} 9$ 8. $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 2\sqrt{2}$ 9. Найдите x, если $\lg x=\lg 25+\lg 5$

Тема 3.2.3. Логарифмирование и потенцирование выражений. Приближенные вычисления и решения прикладных задач (1 час)
Самостоятельная работа № 18

Вариант – 1	Вариант – 2
1. Вычислить: а) $\log_3 243$; б) $\log_{15} 1$; в) $\lg 0{,}0001$; г) $\log_5 375 - \log_5 3$. д) $\frac{\log_5 36}{\log_5 6}$	1. Вычислить: а) $\log_{\frac{1}{5}} 625$; б) $\log_8 512$; в) $\lg 1$; г) $\log_8 16 + \log_8 4$. д) $\frac{\log_7 27}{\log_7 3}$
2. Найдите x, если $\log x = 4\log a + 2\log b^2 - \log 2c$.	2. Найдите x, если $\log x = \log 3 - 2\log y + 7\log m$.
3. Известно, что $\log_6 42 = b$, найдите $\log_6 7$.	3. Известно, что $\log_7 a = 8$, найдите $\log_7 \frac{a}{49}$.
4. Упростите выражение, пользуясь основным логарифмическим тождеством $8^{\log_8 0{,}5}$, $4^{\log_2 6}$, $10^{\lg 5-2}$.	4. Упростите выражение, пользуясь основным логарифмическим тождеством $6^{\log_6 7}$, $9^{\log_3 2}$, $15{,}2^{\log_{15{,}2} 10+1}$.
5. Прологарифмируйте по основанию 10 (a>0, b>0) $x = a^2 b^3$.	5. Прологарифмируйте по основанию 4 (c>0, b>0) $x = \frac{c^2}{b^4}$

Тема 3.2.4. Решение логарифмических уравнений, неравенств и их систем (1 час)

Самостоятельная работа № 19

Вариант 1	
Решить уравнение:	Решить неравенство:
$1. \log_2 x = 3$;	$1. \log_2 x \langle 3$;
$2. \log_{\frac{1}{3}} x = 2$;	$2. \log_{\frac{1}{3}} x \ge 2$;
$3. \log_{\frac{1}{3}}(x+1) = 1$;	$3. \log_{\frac{1}{3}}(x+1) \le 1$;
$4. \log_7 (x-1) = 2$;	$4. \log_7 (x-1) \langle 2$;
$5. \log_5 x^2 = 4$;	$5. \log_5 x^2 \ge 4$;
$6. \log_3 (x+1) + \log_3 (x-1) = 1$	$6. \log_3 (x+1) + \log_3 (x-1) \rangle 1$;
7 $.\lg x - \log_2 (3x-1) = \lg x$.	7. $\lg x - \log_2 (3x-1) < \lg x$.

Вариант 2	
Решить уравнение:	Решить неравенство:
$1. \log_2 x = 5$;	$1. \log_2 x \langle 5$;
$2. \log_{\frac{1}{3}} x = -2$;	$2. \log_{\frac{1}{3}} x \ge -2$;
$3. \log_{\frac{1}{3}}(x+1) = 2$;	$3. \log_{\frac{1}{3}}(x+1) \le 2$;
$4. \log_7 (x-1) = 1$;	$4. \log_7 (x-1) \langle 1$;
$5. \log_5 x^2 = -2$;	$5. \log_5 x^2 \ge -2$;
$6. \log_3 (x+4) + \log_3 (x-4) = 2$	$6. \log_3 (x+4) + \log_3 (x-4) \rangle 2$
7 $.\lg(x+1) - \log_2 (3x-1) = \lg(x+1)$.	7. $\lg(x+1) - \log_2 (3x-1) < \lg(x+1)$.

Тема 3.2.5. Решение уравнений и неравенств (1 час)

Самостоятельная работа № 20

Вариант 1.

1. Решите уравнение: а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25$; б) $4^x + 2^x - 20 = 0$.
2. Решите неравенство: а) $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}$; б) $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geq 1$.
3. Вычислите: а) $\log_{\frac{1}{2}} 8 - \log_{\frac{1}{3}} 27$, б) $\log_{12} 3 + \log_{12} 4$, в) $3^{2\log_3 4}$.
4. Решите уравнение $\log_5 (2x-1) = 2$.
5. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}} (x-5) > 1$.

Вариант 2.

1. Решите уравнение а) $(0,1)^{2x-3} = 10$; б) $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$.
2. Решите неравенство: а) $\left(1\frac{1}{5}\right)^x < \frac{5}{6}$; б) $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \leq 1$.
3. Вычислите: а) $\log_3 \frac{1}{9} - \log_5 125$, б) $\log_7 2 + \log_7 \frac{2}{7}$, в) $2^{-\log_2 5}$.
4. Решите уравнение $\log_4 (2x+3) = 3$.
5. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}} (x-3) > 2$.

Тема 4. Прямые и плоскости в пространстве (14 часов)

Тема 4.1. Аксиомы стереометрии. Взаимное расположение двух прямых в пространстве (3 часа)

Тема 4.1.1. Аксиомы стереометрии. Взаимное расположение двух прямых в пространстве (1 час)

Самостоятельная работа № 21

Вариант 1.Выбери верный ответ.

1. Плоскость, притом только одна, проходит через

а) любые три точки;

б) любые три точки, лежащие на одной прямой;

в) любые три точки, не лежащие на одной прямой.

2. Плоскость, притом только одна, проходит через

а) две пересекающиеся прямые;

б) одну прямую;

в) две скрещивающиеся прямые.

3. Если две точки прямой принадлежат плоскости, то прямая

а) пересекает плоскость;

б) лежит в плоскости;

в) параллельна плоскости.

4. Точки А, В, С и Д не лежат в одной плоскости, следовательно

а) какие-то три из них лежат на одной прямой;

б) никакие из трех данных точек не лежат на одной прямой;

в) прямые АВ и СД пересекаются.

5. Какое из следующих утверждений верно?

а) любые четыре точки лежат в одной плоскости;

б) любые три точки не лежат в одной плоскости;

в) любые четыре точки не лежат в одной плоскости;

г) через любые три точки проходит плоскость, и притом только одна.

6. Сколько общих точек могут иметь две различные плоскости?

а) 2; б) 3; в) несколько; г) бесконечно много или ни одной.

7. Точки *A, B, C* лежат на одной прямой, точка *D* не лежит на ней. Через каждые три точки проведена одна плоскость. Сколько различных плоскостей при этом получилось?

а) 2; б) 3; в) 1; г) бесконечно много.

8. Если три точки не лежат на одной прямой, то положение плоскости в пространстве они:

а) не определяют в любом случае;
б) определяют, но при дополнительных условиях;
в) определяют в любом случае;
г) ничего сказать нельзя.

9. Выберите верное утверждение.

а) Если одна точка прямой лежит в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости; б) через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна; в) через две пересекающиеся прямые плоскость провести нельзя; г) любые две плоскости не имеют общих точек.

10. Назовите общую прямую плоскостей *AFD* и *DEF*.

а) *AD*; б) *DE*; в) *DF*; г) *AF*.

Вариант 2. Выбери верный ответ.

1. Плоскость, притом только одна, проходит через

а) прямую;
б) прямую и не лежащую на ней точку;
в) прямую и лежащую на ней точку.

2. Плоскость, притом только одна, проходит через

а) две скрещивающиеся прямые;
б) две параллельные прямые;
в) прямую и лежащую на ней точку.

3. Если прямая и плоскость имеют только одну общую точку, то прямая

а) пересекает плоскость;
б) лежит в плоскости;
в) параллельна плоскости.

4.. Точки А, В, С и Д не лежат в одной плоскости, следовательно

а) какие-то три из них лежат на одной прямой;
б) никакие из трех данных точек не лежат на одной прямой;
в) прямые АВ и СД пересекаются.

5. Что можно сказать о взаимном расположении двух плоскостей, которые имеют три общие точки, не лежащие на одной прямой?

а) Пересекаются; б) ничего сказать нельзя; в) не пересекаются; г) совпадают;

6. Какое из следующих утверждений верно?

а) Если две точки окружности лежат в плоскости, то вся окружность лежит в этой плоскости; в) любые две плоскости имеют только одну общую точку; г) через две точки проходит плоскость и притом только одна; г) прямая лежит в плоскости данного треугольника, если она пересекает две прямые, содержащие стороны треугольника.

7. Могут ли две различные плоскости иметь только две общие точки?

а) Никогда; б) могут, но при дополнительных условиях; в) всегда имеют; г) нельзя ответить на вопрос;

8. Точки *K, L, M* лежат на одной прямой, точка *N* не лежит на ней. Через каждые три точки проведена одна плоскость. Сколько различных плоскостей при этом получилось?

а) 1; б) 2; в) 3; г) бесконечно много.

9. Выберите верное утверждение.

а) Через любые три точки проходит плоскость, и притом только одна; б) если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости; в) через прямую и точку, лежащую на ней, проходит плоскость, и притом только одна; г) через две пересекающиеся прямые плоскость провести нельзя.

10. Назовите общую прямую плоскостей *PBM* и *MAB*.

а) *PM*; б) *AB*; в) *PB*; г) *BM*.

Тема 4.1.1. Аксиомы стереометрии. Взаимное расположение двух прямых в пространстве (1 час)

Самостоятельная работа № 22

Тестовые задания (студенты получают листочки с тестами и отвечают на вопросы)

№ п/п	Вопросы	Ответы
1	Через сколько точек можно провести прямую?	1. через 2 2. через 3 3. через 1
2	Как пересекаются плоскости?	1. в точке 2. по прямой 3. в трёх точках
3	Если две прямые имеют общую точку, то через них можно провести только …	1. одну прямую 2. одно пространство 3. одну плоскость
4	Что такое аксиома?	1. Утверждение, которое доказывается с помощью теорем 2. Утверждение не требующее доказательств 3. Утверждение которое доказывается с помощью определений
5	Сколько прямых можно провести через две точки?	1. 4 2. 3 3. 1
6	Что может принадлежать плоскости?	1. прямая 2. плоскость 3. прямая и точка
7	Что может принадлежать прямой?	1. точка 2. прямая 3. плоскость
8	Теорема – это утверждение…	1. не требующее доказательств 2. доказывается с помощью аксиом 3. доказывается с помощью аксиом, определений и других теорем

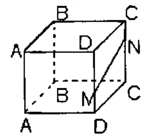
9	Прямые называются параллельными, если они…	1. не пересекаются 2. пересекаются под прямым углом 3. лежат в одной плоскости и не пересекаются
10	Примеры параллельных прямых.	1. шпалы 2. провода 3. швабра

вопросы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ответы	1	2	3	2	3	3	1	3	3	1

Тема 4.1.2. Признаки взаимного расположения прямых. Угол между прямыми (1 час)
Самостоятельная работа № 23

Вариант1

1.Точки A, B, C и D не лежат в одной плоскости. Тогда прямые AB и CD…
1)пересекающиеся; 2)параллельные; 3)скрещивающиеся.



2.Какое утверждение о прямых верное?
1)BC∩MN. 2)BC∸MN. 3)MN∩DC.

3.Для доказательства параллельности двух прямых достаточно утверждать, что они…
1)не пересекаются; 2)перпендикулярны некоторой прямой; 3)не пересекаются и лежат в одной плоскости.

4.Какое утверждение верное?
1)a∥b, b∥c⇒a∥c. 2)a∥b, c∸a ⇒ c∸b. 3)a∸b, b∸c ⇒ a∥c.

5.Точка F ∉ в плоскости параллелограмма ABCD, M – середина DF, N – середина BF. Тогда прямые AM и CN…
1)скрещиваются; 2)пересекаются; 3)параллельны.

6.Прямая a∥α. Тогда неверно, что…
1)прямая a ∥ любой прямой, ∈ в плоскости α;
2)прямая a не ∩ ни одну прямую, ∈ в плоскости α;
3)существует прямая, ∈ в плоскости α, ∥ прямой a.

7.Какое утверждение неверное?
1)если плоскость проходит через данную прямую, ∥ другой плоскости, и ∩ эту плоскость, то линия ∩плоскостей ∥данной прямой.
2)если прямая ∥ двум ∩ плоскостям, то она ∥ их линии пересечения.
3)прямые, ∥одной плоскости, ∥.

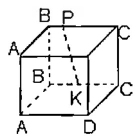
8.Средняя линия MN трапеции ABCD с основаниями BC и AD лежит в плоскости α. Вершина A ∉ данной плоскости. Тогда прямая BC…
1)∈ плоскости α; 2) ∩ плоскость α; 3) ∥ плоскости α.

9.Точка M ∉a. Тогда неверно, что через точку M можно провести…
1)только одну прямую, не ∩ прямую a;
2)только одну прямую, ∥ прямой a;
3)бесконечно много прямых, не ∩ прямую a.

10.Дан Δ MKP. Плоскость, ∥ прямой MK, ∩ MP в точке M_1, PK – в точке K_1. MK = 18 см, $MP:M_1P = 12:5$. Тогда длина отрезка M_1K_1 равна…

Вариант2

1.Прямые AB и BC…
1)пересекающиеся; 2)параллельные; 3)скрещивающиеся.



2.Нельзя провести плоскости через две прямые, если они…
1)параллельные; 2)пересекающиеся; 3)скрещивающиеся.
3.Какое утверждение о прямых неверное?
1)$PK \cap CC_1$. 2)$PK \cap A_1D_1$; 3)$PK \dot{-} A_1D_1$.
4.Точка D не лежит в плоскости Δ ABC, K – середина DC. Тогда прямые AD и BK…
1)пересекающиеся; 2)параллельные; 3)скрещивающиеся.
5. Какое утверждение верное?
1)две прямые называются ||, если они не имеют общих точек.
2)две прямые, || третьей прямой, ||.
3)две прямые, перпендикулярные третьей прямой, ||.
6.$\alpha \cap \beta = AC$, $CD \in \beta$, $AB \in \alpha$, $\angle ACD = \angle BAC$. Тогда прямые AB и CD…
1)параллельны; 2)пересекаются; 3)скрещиваются.
7.Какое утверждение неверное?
1)если одна из двух || прямых ∩ данную плоскость, то и другая прямая ∩ эту плоскость.
2) если одна из двух || прямых || данной плоскости, то и другая прямая || данной плоскости или ∈ в ней.
3)если две прямые || данной плоскости, то они ||.
8.Точки M и N соответственно середины сторон AB и BC Δ ABC. Прямая MN ∈ в плоскости. Тогда прямая AC…
1) ∈ плоскости α; 2) ∩ плоскость α; 3) || плоскости α.
9. Какое утверждение неверное?
1)если прямая, ∉ в данной плоскости, || какой-нибудь прямой, ∈ в этой плоскости, то она || данной плоскости.
2)если прямая || плоскости, то она || любой прямой, ∈ в этой плоскости.
3)если прямая || плоскости, то она не ∩ ни одну прямую, лежащую в этой плоскости.
10.Дан Δ BCE. Плоскость, || прямой CE, ∩ BE в точке E_1, BC – в точке C_1. BC = 28 см, $C_1E_1 : CE = 3:8$. Тогда длина отрезка BC_1 равна…

Тема 4.2. Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей (3 часа)

Тема 4.2.1. Параллельность прямой и плоскости (1 час)

Самостоятельная работа № 24

1.Сколько плоскостей проходит через три точки пространства?
а)одна б)две
в)ни одной г)бесконечное множество
2.Сколько прямых, параллельных данной, проходит через данную точку пространства?
а)одна б)две
в)ни одной г)бесконечное множество
3.Если одна из двух параллельных прямых пересекает плоскость, то как расположена другая прямая относительно этой плоскости?
а)параллельна плоскости б)перпендикулярна плоскости
в)пересекает плоскость г)лежит в плоскости
4.Сколько можно провести через данную точку плоскостей, параллельных данной прямой?
а)одну б)две
в)ни одной г)бесконечное множество
5.Верно ли утверждение, что если прямая параллельна плоскости, то она параллельна любой прямой, лежащей в этой плоскости?
а)да, всегда б)нет
в)верно при определенных условиях
6.Прямая *a* параллельна линии пересечения плоскостей α и β. Каково взаимное расположение *a* и α?
а)перпендикулярны б)параллельны

в)пересекаются г)прямая лежит в плоскости

7.Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то как расположены эти плоскости?

а)перпендикулярны б)параллельны
в)пересекаются г)совпадают

8.Прямые m, n и l пересекаются в одной точке. Через каждые две из них проходит плоскость. Сколько всего различных плоскостей может быть проведено?

а)3 или 4 б)1 или 3
в)1 или 2 г) 6

9.Каким может быть взаимное расположение двух прямых, из которых одна параллельна некоторой плоскости , а другая пересекает эту плоскость?

а)перпендикулярны б)параллельны
в)пересекаются г)скрещиваются

10.Каким может быть взаимное расположение двух прямых, одна из которых лежит в плоскости , а другая параллельна этой плоскости?

а)перпендикулярны б)параллельны
в)пересекаются г)скрещиваются

Тема 4.2.2. Параллельность плоскостей (1 час)

Самостоятельная работа № 25

Вариант 1.

1. Выбрать верные утверждения.

1) Две плоскости называются параллельными, если они не имеют ни одной общей точки.

2) Если две плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны.

3) Отрезки параллельных прямых, заключённые между параллельными плоскостями, равны.

A) 1; 2; 3; **B)** 1; 2; **C)** 1; 3; **D)** 2; 3.

2. На рисунке 1 точки: Е-середина АМ, К-середина ВМ, Р-середина СМ. Площадь треугольника ЕКР равна 24 см^2. Найти площадь треугольника АВС.

A) 96 см^2; **B)** 64 см^2; **C)** 72 см^2; **D)** 48 см^2.

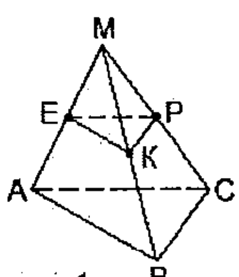
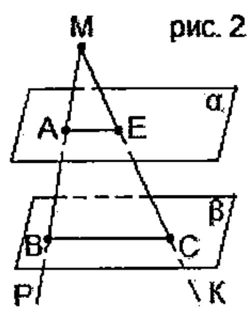


рис. 1



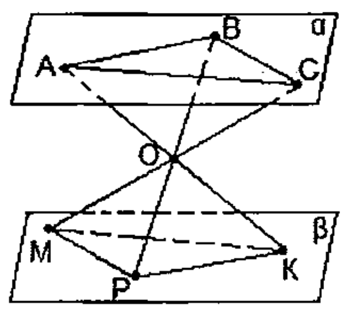


рис. 3

3. Параллельные плоскости α и β пересекают стороны угла РМК в точках А, В, Е и С, как показано на рисунке 2. Известно, что МВ=2,5АМ, АЕ=18 см. Найти ВС.

A) 40 см; **B)** 45 см; **C)** 36 см; **D)** 42 см.

4. На рисунке 3 точки А, В и С лежат в плоскости α, точки М, Р и К в плоскости β. Отрезки АК=СМ и ВР имеют общую середину О. Величина угла АОС составляет 60°, МК=9 см. Найти АК.

A) 20 см; **B)** 18 см; **C)** 16 см; **D)** 12 см.

Вариант 2.

1. Выбрать верные утверждения.

1) Возможны два случая взаимного расположения плоскостей: а) две плоскости пересекаются по прямой; б) две плоскости параллельны.

2) Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

3) Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

A) 1; 2; 3; B) 1; 2; C) 1; 3; D) 2; 3.

2. На рисунке 1 точки: Е-середина АМ, К-середина ВМ, Р-середина СМ. Площадь треугольника АВС равна 120 см^2. Найти площадь треугольника ЕКР.

A) 60 см^2; B) 40 см^2; C) 30 см^2; D) 24 см^2.

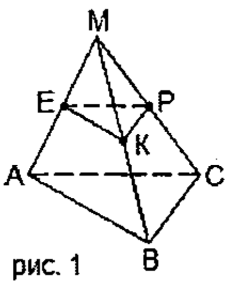


рис. 1

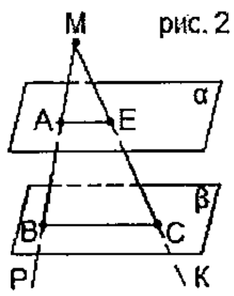


рис. 2

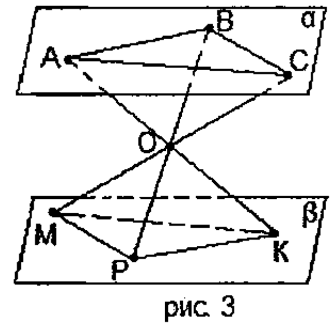


рис. 3

3. Параллельные плоскости α и β пересекают стороны угла РМК в точках А, В, Е и С, как показано на рисунке 2. Известно, что МС=3,5МЕ, ВС=21 см. Найти АЕ.

A) 9 см; B) 6 см; C) 7 см; D) 12 см.

4. На рисунке 3 точки А, В и С лежат в плоскости α, точки М, Р и К в плоскости β. Отрезки АК=СМ и ВР имеют общую середину О. Величина угла МОК составляет 60°, МС=24 см. Найти АС.

A) 20 см; B) 18 см; C) 16 см; D) 12 см.

Тема 4.2.3. Решение задач по теме «Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей» (1 час)

Самостоятельная работа № 26

Самостоятельная работа

Вариант 1

Дан треугольник ABC, $E \in AB$, $K \in BC$, $BE:BA = BK:BC = 2:5$. Через прямую AC проходит плоскость α, не совпадающая с плоскостью треугольника ABC.

а)^0 Докажите, что $EK \parallel \alpha$.

б) Найдите длину отрезка AC, если $EK = 4$ см.

Вариант 2

Дан треугольник ABC, $M \in AB$, $K \in BC$, $BM:MA = 3:4$. Через прямую MK проходит плоскость α, параллельная прямой AC.

а)^0 Докажите, что $BC:BK = 7:3$.

б) Найдите длину отрезка MK, если $AC = 14$ см.

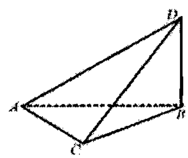
Тема 4.3. Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью (3 часа)

Тема 4.3.1. Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью (1 час)

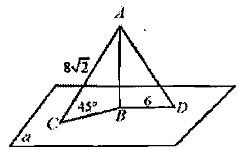
Самостоятельная работа № 27

1. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то как расположена вторая прямая по отношению к третьей?
   а) параллельна б) перпендикулярна
   в) скрещивается г) совпадают
2. Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то как они расположены по отношению друг к другу?
   а) параллельны б) перпендикулярны
   в) скрещиваются г) пересекаются
3. Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то как расположена эта прямая по отношению к плоскости?
   а) параллельна плоскости б) перпендикулярна к плоскости
   в) лежит в плоскости

4. Прямая a параллельна плоскости α, а прямая b перпендикулярна к этой плоскости. Как расположены прямые a и b?
   а) параллельны б) перпендикулярны
   в) скрещиваются г) совпадают
5. Сколько прямых, перпендикулярных к данной плоскости проходит через данную точку пространства?
   а) одна б) две
   в) ни одной г) бесконечное множество
6. Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то как расположены такие плоскости?
   а) параллельны б) перпендикулярны
   в) скрещиваются г) совпадают
7. Сколько двугранных углов имеет параллелепипед?
   а) четыре б) восемь
   в) десять г) двенадцать
8. Диагональ квадрата перпендикулярна к некоторой плоскости. Как расположена другая диагональ квадрата по отношению к этой плоскости ?
   а) параллельна плоскости б) перпендикулярна к плоскости
   в) лежит в плоскости г) пересекает плоскость
9. Каждая из плоскостей α и β перпендикулярна к плоскости γ. Каково взаимное расположение плоскостей α и β?
   а) параллельны б) перпендикулярны
   в) совпадают г) скрещиваются
10. Что больше: перпендикуляр, проведенный из данной точки к плоскости или наклонная проведенная из той же точки к этой плоскости?
    а) перпендикуляр б) наклонная
    в) они равны.
11. В тетраэдре $ABCD$ (см. рисунок) □BCD =□ACD = 90□. Укажите на рисунке все ребра, перпендикулярные CD.
    а) AB, CB, CA б) AB, BD, AD
    в) CB, CA г) AB



12. AB- перпендикуляр к плоскости α. AC и AD - наклонные к α. □ACB = 45□ , $AC = 8\sqrt{2}$, $BD = 6$. Найдите AD .
    а) $2\sqrt{13}$ б) 10
    в) 14 г) 4



Тема 4.3.2. Перпендикулярность прямой и плоскости (1 час)
Самостоятельная работа № 28

Вариант 1

1. Какое утверждение <u>верно</u>?

1) Если одна из двух прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.

2) Если две прямые перпендикулярны к третьей прямой, то они параллельны.

3) Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.

2. Прямая m перпендикулярна к прямым a и b, лежащим в плоскости α , но m не перпендикулярна к плоскости α. Тогда прямые a и b…

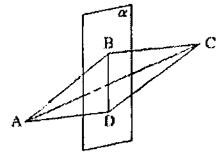
1) параллельны;

2) пересекаются;

3) скрещиваются.

3. Плоскость α проходит через вершину A ромба $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC. Тогда диагональ BD…

1) перпендикулярна плоскости α;
2) параллельна плоскости α;
3) лежит в плоскости. α



4. $a \parallel \alpha$, $b \perp \alpha$. Тогда прямые a и b **не могут** быть…

1) скрещивающимися;
2) перпендикулярными;
3) параллельными.

5. $ABCD$ – параллелограмм, $BD \in \alpha$, $AC \perp \alpha$. Тогда $ABCD$ не может быть…

1) прямоугольником;
2) квадратом;
3) ромбом.

6. Прямая перпендикулярна плоскости круга, если она перпендикулярна двум…

1) радиусам;
2) диаметрам;
3) хордам.

Вариант 2

1. Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна…

1) к одной прямой, лежащей в плоскости;
2) к двум прямым, лежащим в плоскости;
3) к любой прямой, лежащей в плоскости.

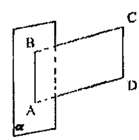
2. $a \perp \alpha$, $b \not\perp \alpha$.

Тогда прямые a и b **не могут** быть…

1) перпендикулярными;
2) параллельными;
3) скрещивающимися.

3. Диагональ AC квадрата $ABCD$ перпендикулярна некоторой плоскости α, проходящей через точку A. Тогда диагональ BD…

1) перпендикулярна плоскости α;
2) параллельна плоскости α;
3) лежит в плоскости α.



4. $ABCD$ – параллелограмм, $AB \in \alpha$, $BC \perp \alpha$. Тогда $ABCD$ **не может** быть…

1) ромбом;
2) квадратом;
3) прямоугольником.

5. $a \parallel b$, $a \perp c$. Прямые b и c **не могут** быть…

1) параллельными;
2) перпендикулярными;
3) скрещивающимися.

6. Какое утверждение **неверное**?

1) Через любую точку пространства проходит прямая, перпендикулярная к данной плоскости, и притом только одна.

2) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно построить только одну плоскость, перпендикулярную данной прямой.

3) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно построить только одну прямую, перпендикулярную данной прямой.

Тема 4.3.3. Перпендикуляр и наклонные. Теорема о трех перпендикулярах. Расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве (1 час)

Самостоятельная работа № 29

1 вариант – на выбор 1,3 или 5 задача.

2 вариант – на выбор 2,4 или 5 задача.

1) Из точки, не принадлежащей данной плоскости , проведены к ней две наклонные, равные 10см и 18см. Сумма длин их проекций на плоскость равна 16см. Найти проекцию каждой наклонной.
2) Длина наклонной 10см, перпендикуляра, проведённого из той же точки что и наклонная к той же прямой, равна 6см. Найдите длину проекции наклонной.
3) Из точки А к данной плоскости α проведены перпендикуляр AA_1 и две наклонные АВ и АС. $CA_1= 4, \angle ABA_1 = 30°$, $\angle ACA_1 = 60°$, а угол между наклонными 90°. Найти расстояние между основаниями наклонных.
4) Из точки А к данной плоскости α проведены перпендикуляр AA_1 и две наклонные АВ и АС, каждая из которых наклонена к плоскости под углом 45°, угол между наклонными 120°. Расстояние между основаниями наклонных 12см. Найти расстояние от точки А до плоскости α.
5) Диагонали квадрата ABCD пересекаются в точке О. Из точки О проведён к плоскости квадрата перпендикуляр ОМ. Найти расстояние от точки М до стороны ВС, если AD = 6см, ОМ = 4см.

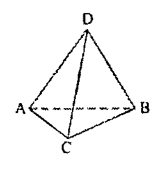
Тема 4.4. Двугранный угол. Угол между плоскостями. Перпендикулярность двух плоскостей (2 часа)

Тема 4.4.1. Двугранный угол. Угол между плоскостями. Перпендикулярность двух плоскостей (1 час)

Самостоятельная работа № 30

Вариант 1

1. Линейным углом двугранного угла **нельзя** назвать угол, возникающий при пересечении двугранного угла плоскостью, перпендикулярной…
   1) ребру двугранного угла;
   2) одной из граней двугранного угла;
   3) граням двугранного угла.
2. Какое утверждение **верное**?
   1) Не может ребро двугранного угла быть не перпендикулярным плоскости его линейного угла.
   2) Не могут две плоскости, перпендикулярные к одной плоскости, быть непараллельными.
   3) Не могут две плоскости, перпендикулярные к одной прямой, быть непараллельными.
3. Какое утверждение **верное**?
   1) $\alpha \perp \beta,\ a \in \alpha,\ b \in \beta \Rightarrow a \perp b.$
   2) $\alpha \cap \beta = c,\ \alpha \perp \beta,\ a \in \alpha,\ b \in \beta,\ b \perp c \Rightarrow a \perp b.$
   3) $a \in \alpha,\ b \in \beta,\ a \perp b \Rightarrow \alpha \perp \beta.$
4. $(ABC) \perp (ABD)$. Тогда основание перпендикуляра, опущенного из точки D на плоскость (ABC), лежит…
   1) вне треугольника ABC;
   2) на стороне AB;
   3) внутри треугольника АВС.



5. Какое утверждение **неверное?**

1) Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.

2) Если плоскости перпендикулярны, то линия их пересечения перпендикулярна любой прямой, лежащей в одной из данных плоскостей.

3) Плоскость, перпендикулярная линии пересечения двух данных плоскостей, перпендикулярна к каждой из этих плоскостей.

6. **Не может** плоскость быть не перпендикулярной данной плоскости, если она проходит через прямую…

1) параллельную данной плоскости;

2) перпендикулярную данной плоскости;

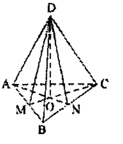
3) не перпендикулярную данной плоскости.

7. Количество двугранных углов параллелепипеда **равно**…

1) 8;

2) 12;

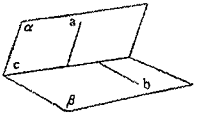
3) 24.



8. ΔABC, AN и CM – высоты. $DO \perp (ABC)$. Градусная мера $\angle ABCD$ равна градусной мере угла…

1) ABD; 2) AND; 3) ACD.

Вариант 2



1. $\alpha \cap \beta = c, \quad a \in \alpha, \quad b \in \beta$. Тогда $\angle(ab)$ – это линейный угол двугранного угла между плоскостями α и β, если…

1) $b \perp \alpha$;

2) $a \perp c$;

3) $a \perp c, \ b \perp c$.

2. Какое утверждение **верное?**

1) Не может ребро двугранного угла быть не перпендикулярным любой прямой, лежащей в плоскости его линейного угла.

2) Не могут быть две плоскости, перпендикулярные третьей, непараллельными.

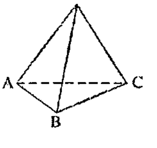
3) Не могут быть две плоскости, перпендикулярные одной плоскости, непараллельными.

3. Какое утверждение **верное?**

1) $\alpha \cap \beta = c, \ a \in \alpha, \ b \in \beta, \ a \perp c, \ b \perp c \Rightarrow \alpha \perp \beta$.

2) $\alpha \cap \beta = c, \ \alpha \perp \beta, \ a \in \alpha, \ b \in \beta \Rightarrow a \perp b$.

3) $\alpha \cap \beta = c, \ \alpha \perp \beta, \ a \in \alpha, \ b \in \beta, \ a \perp c \Rightarrow a \perp b$.



4. $(ABC) \perp (ACD)$. Тогда основание перпендикуляра, опущенного из точки D на плоскость (ABC), лежит…

1) внутри треугольника ABC;

2) на стороне AC;

3) на стороне BC.

5. Какое утверждение **верное?**

1) $\alpha \perp \beta, \ a \in \alpha \Rightarrow a \perp \beta$.

2) $\alpha \cap \beta = c, \ \gamma \perp c \Rightarrow \gamma \perp \alpha$ и $\gamma \perp \beta$.

3) $\alpha \cap \beta, \ \alpha \perp \gamma \Rightarrow \beta \perp \gamma$.

6. Какое утверждение **верное?**

1) Нельзя через точку пространства провести три плоскости, каждые две из которых взаимно перпендикулярны.

2) Не существует прямой, пересекающей две данные скрещивающиеся прямые и перпендикулярной каждой из них.

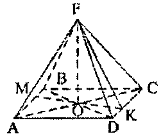
3) Не может плоскость быть не перпендикулярной данной плоскости, если она проходит через прямую, перпендикулярную данной плоскости.

7. Количество двугранных углов тетраэдра равно…

1) 4;

2) 6;

3) 12.



8. $ABCD$ – ромб, MK – высота. $FO \perp (ABC)$. Тогда градусная мера $\angle ADCF$ равна градусной мере…

1) FDO; 2) FKO; 3) FDA.

Тема 4.4.2. Перпендикулярность плоскостей (1 час)

Самостоятельная работа № 31

Вариант 1

1. Дан куб $A...D_1$. Докажите перпендикулярность плоскостей: а) ABD и DCC_1; б) AB_1C_1 и ABB_1.

2. Через данную прямую, лежащую в данной плоскости, проведите плоскость, перпендикулярную этой плоскости.

3. Две перпендикулярные плоскости α и β пересекаются по прямой AB. Прямая CD лежит в плоскости α, параллельна AB и находится на расстоянии 60 см от нее. Точка E принадлежит плоскости β и находится на расстоянии 91 см от AB. Найдите расстояние от точки E до прямой CD.

Вариант 2

1. Дан куб $A...D_1$. Докажите перпендикулярность плоскостей: а) AA_1D_1 и $D_1B_1C_1$; б) A_1B_1D и BB_1C_1.

2. Через наклонную к плоскости проведите плоскость, перпендикулярную этой плоскости.

3. Отрезок MN имеет концы на двух перпендикулярных плоскостях и составляет с ними равные углы. Докажите, что точки M и N одинаково удалены от линии пересечения данных плоскостей.

Тема 4.5. Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур (3 часа)

Тема 4.5.1. Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур (1 час)

Самостоятельная работа № 32

Дайте ответы на поставленные вопросы:

1. Дайте определение геометрических преобразований.
2. Перечислите виды геометрических преобразований.
3. Дайте определение движения и сформулируйте его свойства.
4. Назовите виды движений.
5. Что такое параллельное проектирование?
6. Перечислите свойства параллельного проектирования.
7. Дайте определение ортогонального проектирования.
8. Как вычислить площадь ортогональной проекции многоугольника?

Тема 4.5.2. Параллельное проектирование (1 час)

Самостоятельная работа № 33

Вариант 1

1. Сколько точек получится при параллельном проектировании двух различных точек пространства? Сделайте соответствующие рисунки и обоснование.

2. Перечислите свойства прямоугольника, которые сохраняются при параллельном проектировании.

3. Как должны быть расположены две прямые, чтобы они проектировались на плоскость в прямую и точку, не принадлежащую этой прямой?

Вариант 2

1. Сколько точек получится при проектировании трех различных точек пространства? Сделайте соответствующие рисунки и обоснование.

2. Перечислите свойства ромба, которые сохраняются при параллельном проектировании.

3. Как должны быть расположены прямая и точка, чтобы они проектировались на плоскость в прямую и точку, принадлежащую этой прямой?

Тема 4.5.3. Изображение пространственных фигур (1 час)
Самостоятельная работа № 34
Вариант 1

1. Изобразите правильную четырехугольную пирамиду и ее высоту.
2. Изобразите куб, две грани которого параллельны плоскости проектирования.
3. Дан тетраэдр ABCD. Площадь его грани ADC равна S. Найдите площадь проекции его грани BDC на плоскость ADC в направлении прямой AB.

Вариант 2

1. Изобразите правильную треугольную пирамиду и ее высоту.
2. Изобразите куб, грани которого не параллельны плоскости проектирования.
3. Дан тетраэдр ABCD. Площадь его грани ABD равна Q. Найдите площадь проекции его грани BDC на плоскость ADB в направлении прямой CM, где M – середина ребра AB.

Тема 5. Координаты и векторы (6 часов)
Тема 5.1. Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по направлениям. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось (2 часа)
Тема 5.1.1. Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов. Умножение вектора на число (1 час)
Самостоятельная работа № 35
Вариант 1.

1. Какое из следующих утверждений неверно?

а) длиной ненулевого вектора $\overrightarrow{AB}$ называется длина отрезка AB;
б) нулевой вектор считается сонаправленным любому вектору;
в) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$*;*
г) разностью векторов a и b называется такой вектор. сумма которого с вектором b равна вектору a;
д) векторы называются равными, если равны их длины.

2. Упростите выражение:

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{D_1B}+\overrightarrow{B_1D_1}+\overrightarrow{DC}$, если ABCDA□B□C□D□ - параллелепипед.

а) $\overrightarrow{AC}$*;* *б)* $\vec{0}$*;* *в)* $\overrightarrow{BB_1}$*;* *г)* $\overrightarrow{DC}$*;* *д)* $\overrightarrow{BA}$.

3. Какое из следующих утверждений верно?

а) сумма нескольких векторов зависит от того, в каком порядке они складываются;
б) противоположные векторы равны;
в) для нахождения разности векторов необходимо, чтобы они выходили из одной точки;

г) произведение вектора на число является число;
д) для любых векторов a и b не выполняется равенство a+b=b+a.
4. Ребро куба ABCDA□B□C□D□ равно 1. Найдите $|\overrightarrow{DC_1}-\overrightarrow{DA_1}|$.
а) 1; б) 2; в) $\sqrt{2}$; г) $\sqrt{3}$; д) $0,5\sqrt{2}$.
5. Какое из следующих утверждений неверно?
а) векторы называются компланарными, если при откладывании их от одной и той же точки они будут лежать в одной плоскости;
б) если вектор c можно разложить по векторам a и b, т.е. представить в виде c=xa+yb, где x, y- некоторые числа, то векторы a, b, c компланарны;
в) для сложения трёх некомпланарных векторов используют правило параллелепипеда;
г) любые два вектора компланарны;
д) любые три вектора некомпланарны.
6. Известно, что $\overrightarrow{AC}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$. Тогда прямые AC и BD:
а) параллельны; б) пересекаются; в) скрещиваются; г) совпадают;
д) выполняются все условия пунктов а-г.
7. Векторы p, a, b некомпланарны, если:
а) при откладывании из одной точки они не лежат в одной плоскости;
б) два из данных векторов коллинеарны; в) один из данных векторов нулевой;
г) p=a – b; д) p=a.
8. ABCDA□B□C□D□-параллелепипед. Какой из предложенных векторов будет компланарен с векторами $\overrightarrow{AB_1}$ и $\overrightarrow{AC}$?
а) $\overrightarrow{BB_1}$; б) $\overrightarrow{C_1B_1}$; в) $\overrightarrow{DB_1}$; г) $\overrightarrow{CB_1}$; д) $\overrightarrow{CC_1}$.
9.Известно, что $2\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$, тогда векторы $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}$ являются:
а) некомпланарными; б) сонаправленными; в) коллинеарными;
г) нулевыми; д) компланарными.
10. Даны параллелограммы ABCD и AB□C□D□. Тогда векторы $\overrightarrow{BB_1}$, $\overrightarrow{CC_1}$, $\overrightarrow{DD_1}$:
а) нулевые; б) равные; в) противоположные; г) компланарные; д) некомпланарные.

Вариант 2.

1. Какое из следующих утверждений неверно?
а) длиной нулевого вектора $\overrightarrow{AB}$ называется длина отрезка AB ;
б) любая точка пространства рассматривается как нулевой вектор;
в) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$;
г) для любых векторов a и b выполняется равенство a+(- b)= a-b;
д) векторы называются равными, если они сонаправлены и равны их длины.
2. Упростите выражение:
$\overrightarrow{B_1D_1}+\overrightarrow{C_1C}+\overrightarrow{C_1B}+\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{A_1D_1}$, если ABCDA□B□C□D□ - параллелепипед.
а) $\overrightarrow{B_1A_1}$; б) $\vec{0}$; в) $\overrightarrow{CC_1}$; г) $\overrightarrow{CA}$; д) $\overrightarrow{B_1C}$.
3. Какое из следующих утверждений верно?
а) разностью векторов a и b называется такой вектор, разность которого с вектором b равна вуктору a;
б) если векторы a и b коллинеарны и a≠0, то существует такое число k, что b=ka;
в) векторы называются равными, если они сонаправлены;
г) два вектора, коллинеарны ненулевому вектору, сонаправлены;
д) для любых векторов a и b выполняется равенство a(c+b)=bc+ac.
4. В правильной треугольной призме ABCA□B□C□ сторона основания равна 1, точка E - середина A□C□. Найдите $|\overrightarrow{CE}-\overrightarrow{CB_1}|$
а) 1 ; б) 2 ; в) $\sqrt{3}$; г) 3 ; д) $0,5\sqrt{3}$.

5. Какое из следующих утверждений неверно?

а) три вектора будут компланарными, если один из них нулевой;

б) если векторы а, b и с компланарны, то вектор с можно разложить по векторам а и b, т.е. представить в виде с=xa+yb, где x, y- некоторые числа;

в) для сложения трёх компланарных векторов не используют правило параллелепипеда;

г) любые два вектора некомпланарны;

д) три нулевых вектора компланарны.

6. Известно, что $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{AC} + y\overrightarrow{AD}$. Тогда прямые АВ и CD:

а) параллельны; б) совпадают; в) пересекаются;

г) скрещиваются; д) выполняются все условия пунктов а-г.

7. ABCDA□B□C□D□-параллелепипед. Какой из предложенных векторов будет компланарен с векторами $\overrightarrow{CB_1}$ и $\overrightarrow{AA_1}$?

а) $\overrightarrow{CD}$; *б)* $\overrightarrow{A_1B_1}$; *в)* $\overrightarrow{AB_1}$; *г)* $\overrightarrow{CD_1}$; *д)* $\overrightarrow{CB}$.

8.Векторы p, a, b компланарны, если:

а) при откладывании из одной точки они не лежат в одной плоскости;

б) два из данных векторов равны;

в) если любой вектор можно разложить по данным векторам;

г) если их сумму можно найти с помощью правила параллелепипеда;

д) если их длины являются измерениями параллелепипеда.

9. Известно, что $2\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}$, тогда векторы $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ являются:

а) компланарными; б) некомпланарны; в) коллинеарными; г) сонаправлены; д) нулевые.

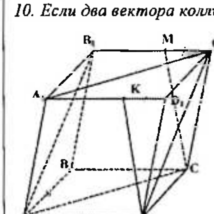
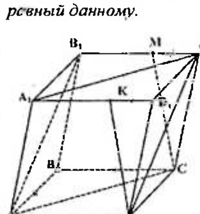
10. Даны параллелограммы ABCD и AB□C□D□. Тогда векторы $\overrightarrow{B_1B}$, $\overrightarrow{C_1C}$, $\overrightarrow{D_1D}$:

а) нулевые; б) равные; в) компланарные;

г) некомпланарные; д) противоположные.

Тема 5.1.2. Векторы. Разложение вектора по направлениям. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось (1 час)

Самостоятельная работа № 36

Вариант 1.	**Вариант 2.**
Укажите номера верных утверждений *1. Любые два противоположно направленных вектора клинеарны.* *2. Если два вектора лежат на одной прямой или на параллельных прямых, то они сонаправлены.* *3. Любые три коллинеарных вектора сонаправлены.* *4. Любые два равных вектора коллинеарны.* *5. Если длины векторов равны, то векторы равны.* *6. Если* $\vec a \uparrow\downarrow \vec b$, $\vec b \uparrow\downarrow \vec c$, *то* $\vec a \uparrow\uparrow \vec c$. *7. Любая точка может выступать в роли вектора.* *8. Если два вектора коллинеарны ненулевому вектору, то они коллинеарны.* *9. От любой точки можно отложить вектор, равный данному.* *10. Если два вектора коллинеарны третьему вектору, то они коллинеарны.*  *11. Определите по чертежу, какие утверждения верны, и укажите соответствующие им буквы.* А) $\overrightarrow{AB_1} \uparrow\uparrow \overrightarrow{DC_1}$;	**Укажите номера верных утверждений** *1. Любые два коллинеарных вектора сонаправлены.* *2. Если длины векторов равны, то векторы равны.* *3. Любая точка может выступать в роли вектора.* *4. Если два вектора коллинеарны ненулевому вектору, то они сонаправленны.* *5. Векторы, лежащие на одной прямой, коллинеарны.* *6. Любые два противоположно направленных вектора клинеарны.* *7. Если два вектора коллинеарны третьему вектору, то они коллинеарны.* *8. Если* $\vec a \uparrow\downarrow \vec b$, $\vec b \uparrow\downarrow \vec c$, *то* $\vec a \uparrow\uparrow \vec c$. *9. Любые два вектора сонаправлены.* *10. От любой точки можно отложить вектор, равный данному.*  *11. Определите по чертежу, какие утверждения верны, и укажите соответствующие им буквы.* А) $\overrightarrow{C_1D} \uparrow\uparrow \overrightarrow{AB_1}$;

Б) $\vec{KD} \uparrow\uparrow \vec{CM}$; В) $A_1\vec{C}_1 \uparrow\uparrow AC$; Г) $A_1\vec{A} \uparrow\downarrow C_1\vec{C}$; Д) $B_1\vec{C}_1 \uparrow\downarrow CB$.	Б) $B_1\vec{C}_1 \uparrow\downarrow B\vec{C}$; В) $KD \uparrow\uparrow MC$; Г) $A_1\vec{C}_1 \uparrow\uparrow CA$; Д) $A_1\vec{A} \uparrow\downarrow C\vec{C}_1$

Тема 5.2. Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач (4 часа)

Тема 5.2.1. Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач (1 час)

Самостоятельная работа № 37

Заполнить таблицу «Координаты и векторы».

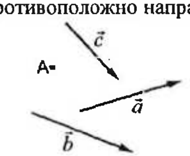
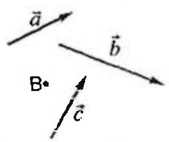
При заполнении можно воспользоваться лекциями или учебником:

Атанасян Л.С. и др. Геометрия. 10 (11) кл. – М., 2015.

	Понятия	Теоретические сведения, формулы	Пример, решение
1	Понятие вектора		
2	Правила действий над векторами		
3	Компланарные векторы		
4	Координаты точки и координаты вектора в пространстве.		
5	Скалярное произведение векторов.		
6	Угол между векторами		

Тема 5.2.2. Декартова система координат в пространстве. Расстояние между точками. Действия с векторами, заданными координатами (1 час)

Самостоятельная работа № 38

Вариант 1	Вариант 2
1. От точки A отложите вектор: а) равный $\vec{a}$; б) сонаправленный $\vec{b}$; в) противоположно направленный $\vec{c}$.  	1. От точки B отложите вектор: а) равный $\vec{a}$; б) сонаправленный $\vec{b}$; в) противоположно направленный $\vec{c}$. 
2. ABCD – ромб. Равны ли векторы: а) $\overline{AB}$ и $\overline{DC}$; б) $\overline{DA}$ и $\overline{BC}$; в) $\overline{AB}$ и $\overline{AD}$. 3. Начертите два неколлинеарных вектора $\bar{a}$ и $\bar{b}$. Постройте вектор $\frac{1}{3}\bar{b} - 2\bar{a}$. 4. В параллелограмме ABCD на стороне AB	2. ABCD – квадрат. Равны ли векторы: а) $\overline{BA}$ и $\overline{DC}$; б) $\overline{DA}$ и $\overline{BC}$; в) $\overline{DC}$ и $\overline{DA}$. 3. Начертите два неколлинеарных вектора $\bar{a}$ и $\bar{b}$. Постройте вектор $3\bar{b} - \frac{1}{2}\bar{a}$. 4. В параллелограмме ABCD на стороне BC

отмечена точка K так, что AK: KB=2:1, O – точка пересечения диагоналей. Выразите векторы $\overline{OC}$ и $\overline{CK}$ через векторы $\bar{a} = \overline{NB}$ и $\bar{b} = \overline{ND}$. 5. Чему равны координаты вектора $\bar{a} = \bar{i} - 3\bar{j}$ 1) $\bar{a}\{0;-3\}$ 2) $\bar{a}\{1;-3\}$ 3) $\bar{a}\{-3;1\}$ 6. Запишите разложение вектора $\bar{d}\{-4;2\}$ по координатным векторам $\bar{i}$ и $\bar{j}$. 7. Даны два вектора $\bar{a}\{-2;3\}, \bar{b}\{1;1\}$: 1) найдите координаты вектора $\bar{a} + \bar{b}$ 2) будут ли коллинеарными векторы $\bar{a} + \bar{b}$ и $\bar{c}\{-2;8\}$ 8. Найдите координаты вектора $\bar{c} = 3\bar{a} - 2\bar{b}$, если $\bar{a}\{-1;3\}, \bar{b}\{2;7\}$.	отмечена точка P так, что BP:PC=3:1, O – точка пересечения диагоналей. Выразите векторы $\overline{AO}$ и $\overline{PA}$ через векторы $\bar{a} = \overline{AB}$ и $\bar{b} = \overline{AD}$. 5. Чему равны координаты вектора $\bar{a} = -2\bar{i} + \bar{j}$ 1) $\bar{a}\{-2;0\}$ 2) $\bar{a}\{-2;-1\}$ 3) $\bar{a}\{-2;1\}$ 6. Запишите разложение вектора $\bar{c}\{4;-2\}$ по координатным векторам $\bar{i}$ и $\bar{j}$. 7. Даны два вектора $\bar{a}\{-3;4\}, \bar{b}\{1;2\}$: 1) найдите координаты вектора $\bar{a} - \bar{b}$ 2) будут ли коллинеарными векторы $\bar{a} - \bar{b}$ и $\bar{c}\{4;-2\}$ 8. Найдите координаты вектора $\bar{c} = 2\bar{a} + 3\bar{b}$, если $\bar{a}\{-2;1\}, \bar{b}\{1;3\}$.

Тема 5.2.3. Скалярное произведение векторов (1 час)

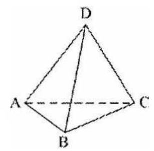
Самостоятельная работа № 39

Вариант №1

1. $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$. Тогда угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ …

1) острый;
2) тупой;
3) прямой.

2. $DABC$ – тетраэдр, $AB = BC = AC = AD = BD = CD$. Тогда <u>**неверно**</u>, что…



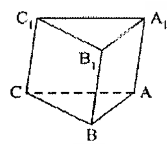
1) $\angle(\vec{AB}; \vec{DC}) = 90°$;
2) $\angle(\vec{BD}; \vec{CD}) = 60°$;
3) $\angle(\vec{AD}; \vec{BA}) = 60°$.

3. Какое утверждение <u>**верное**</u>?

1) $\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\ (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$.
2) $\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin\ (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$.
3) $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = \vec{a}\vec{b} \cdot \cos\ (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$.

Вариант №2

1. $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$. Тогда угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ …



1) острый;
2) тупой;
3) прямой.

2. $ABCA_1B_1C_1$ – призма, $\angle A_1AC = \angle A_1AB$, $AB = BC = AC = AA_1$. Тогда

<u>верно</u>, что...

1) $\angle(\vec{CB_1}, \vec{CB}) = 90°$;

2) $\angle(\vec{AA_1}, \vec{CB}) = 90°$;

3) $\angle(\vec{AB}; \vec{CA}) = 60°$.

3. Какое утверждение **<u>верное</u>**?

1) $\cos\ (\hat{\vec{a}, \vec{b}}) = \dfrac{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}{\vec{a}\vec{b}}$. 2) $\cos\ (\vec{a}, \vec{b}) = \dfrac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$. 3) $\sin(\vec{a}, \vec{b}) = \dfrac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$.

Тема 5.2.4. Векторное уравнение прямой и плоскости. Использование векторов при доказательстве теорем стереометрии (1 час)

Самостоятельная работа № 40

I. Если M (-2; -4; 5), P (-3; -5; 2), то MP имеет координаты:

- 1. (1; 1; 3);
- 2. (-5; -9; 7);
- 3. (-1; -1; -3).

II. Если A (5; 4; 0), B (3; -6; 2) и C – середина отрезка, то C имеет координаты:

- 1. (4; -1; 1);
- 2. (1; 5; -1);
- 3. (-1; -5; 1).

III. Если вектор а имеет координаты {-3; 3; 1}, то его длина равна:

- 1. 1;
- 2. кв. корень из 19;
- 3. 0.

IY. Если A (2; 7; 9), B (-2; 7; 1), то расстояние между точками A и B равно:

- 1. 8;
- 2. кв. корень из 149;
- 3. 4 корней из 5.

Y. Скалярное произведение векторов а {-4; 3; 0}, b {5; 7; -1} равно:

- 1. 0;
- 2. 1;
- 3. 41.

YI. Угол между векторами а {2; -2; 0}, b {3; 0; -3} равен:

- 1. 90 градусов;
- 2. 60 градусов;
- 3. 45 градусов.

<u>Проверка:</u>

3; 1; 2; 3; 2; 2.

Тема 6. Комбинаторика (6 часов)

Тема 6.1. Основные понятия комбинаторики. Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний. Решение задач на перебор вариантов (3 часа)

Тема 6.1.1. Основные понятия комбинаторики. Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний (1 час)

Самостоятельная работа № 41

Задание 1: создать карточку - консультацию «Основные понятия комбинаторики» Заполнить таблицу «Размещения, перестановки, сочетания».

При заполнении можно воспользоваться лекциями или учебником

		Размещения	Перестановки	Сочетания
	Определение			
	Формула для вычисления			
	Условие собственной практической задачи			
	Решение задачи			

Задание 2. Выполните самостоятельную работу

Вариант 1

1.Здание школы имеет 5 запасных выходов. Сколькими способами можно войти и выйти из здания школы?

2.Олеся, Оксана и Юля купили билеты на концерт симфонического оркестра на 1, 2 и 3-е места первого ряда. Сколько существует способов размещения девочек на эти места?

3. Сколько существует способов выбрать троих ребят из 11 желающих дежурить по школе?

4. Из 26 учащихся класса надо выбрать старосту и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

Вариант 2

1.У Светланы три юбки и 5 кофт, удачно сочетающихся по цвету. Сколько различных комбинаций из юбок и кофт имеется у Светланы?

2. Четыре друга купили билеты в кино: на 1-е и 2-е места в первом ряду и на 1-е и 2-е места во втором ряду. Сколькими способами друзья могут занять эти 4 места в кинотеатре?

3. Учащимся дали список из 10 книг, которые рекомендуется прочитать во время каникул. Сколькими способами ученик может выбрать из них 6 книг?

4.Сколькими способами могут быть распределены первая, вторая и третья премии между 13 участниками конкурса?

Тема 6.1.2. Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач (1 час)
Самостоятельная работа № 42

I вариант	II вариант
1. Комбинаторика – это раздел математики, в котором решаются задачи на: а) выбор и расположение предметов из различных множеств; б) выбор и перестановку чисел; в) составление и заполнение таблиц.	1. Комбинаторные задачи – это: а) задачи на составление различных комбинаций из n элементов; б) задачи на составление и подсчёт различных комбинаций элементов; в) задачи на подсчёт различных комбинаций элементов.
2. Число перестановок из n элементов можно найти по формуле: а) $P_n=n!$; б) $Pn=\frac{n!}{(n-1)!}$; в) $P_n=n!\cdot(n-1)!$.	2. Число размещений из n элементов по k можно найти по формуле: а) $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$; б) $A_n^k=n\cdot(n-k)!$; в) $A_n^k=\frac{(n-k)!}{n!}$.
3. Перестановка из n элементов - это: а) комбинация из n элементов, отличающаяся друг от друга только расположением элементов. б). комбинация из n элементов, отличающаяся друг от друга только составом	3. Сочетанием из n элементов по k называется: а) любое множество, составленное из k элементов, с учётом порядка, выбранное из данных n элементов. б) любое множество, составленное из k

в) комбинация из n элементов, отличающаяся друг от друга только количеством элементов.	элементов, без учёта порядка, выбранное из данных n элементов. в) любое множество, составленное из k элементов, с учётом порядка и составом.
4. Число сочетаний из n элементов по k можно найти по формуле: а) $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$; б) $C_n^k = \frac{n! \cdot k!}{(n-k)!}$; в) $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$;	4. Выберете формулу для подсчёта «эн факториала»: а) $n! = 1 \cdot n$; б) $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1)$; в) $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$;
5. Даны цифры 1,2,3. Любое число, составленное из этих цифр – это задача на: а) перестановку; б) размещение; в) сочетание	5. Даны цифры 1,2,3. Любое двузначное число, составленное из этих цифр с учётом порядка – это задача на: а) перестановку; б) размещение; в) сочетание.
6. Из 25 учащихся выбирают двоих дежурных. Сколькими способами это можно сделать? Эта задача на: а) перестановку; б) размещение; в) сочетание.	6. Для участия в спортивных соревнованиях выбирают 7 человек из 40 участников спортивной секции. Эта задача на: а) перестановку; б) размещение; в) сочетание.

Тема 6.1.3. Размещения, сочетания и перестановки (1 час)

Самостоятельная работа № 43

Вариант 1	Вариант 2
Найти значение выражения: а) $\frac{15!}{13!}$ б) $\frac{6! \cdot 3!}{8!}$ в) $\frac{20!}{18! \cdot 2!}$	Найти значение выражения: а) $\frac{9!}{11!}$ б) $\frac{10!}{8! \cdot 2!}$ в) $\frac{15! \cdot 4!}{18!}$
Упростите выражение: $\frac{(n+5)!\,(n+6)}{(n+7)!}$	Упростите выражение: $\frac{(m+5)!}{(m+2)!\,(m+4)}$
Найти значение выражения а) $A_4^2 + A_8^1$ б) $\frac{A_6^2}{A_7^4 + A_6^3}$ в) $C_9^6 + C_9^7 + C_{10}^8$	Найти значение выражения а) $A_6^1 + A_5^2$ б) $\frac{A_8^3 + A_7^2}{A_7^3}$ в) $C_{11}^8 + C_{11}^9 + C_{12}^{10}$

Тема 6.2. Формула бинома Ньютона. Свойства биноминальных коэффициентов. Треугольник Паскаля (3 часа)

Тема 6.2.1. Формула бинома Ньютона. Свойства биноминальных коэффициентов. Треугольник Паскаля (1 час)

Самостоятельная работа № 44

Дайте ответы на поставленные вопросы:

1. Что означает слово «бином»?
2. Как можно определить коэффициенты разложения степени бинома?
3. Что представляет собой схема «треугольник Паскаля»?
4. Напишите формулу бинома Ньютона.
5. Напишите формулу нахождения коэффициентов в биноме.
6. Найдите разложение бинома: $(x + 4)^6$

Тема 6.2.1. Бином Ньютона и треугольник Паскаля (1 час)

Самостоятельная работа № 45

Выполните разложение биномов:

Вариант 1.	Вариант 2.
1. $(1 + 3а)^4$	1. $(а + 3)^6$
2. $(2а - в)^3$	2. $(2 - 3х)^4$
3. $(3в + 1)^7$	3. $(2а + 1)^5$
4. $(х - 2у)^5$	4. $(х - 4у)^3$

Тема 6.2.3. Решение примеров (1 час)

Самостоятельная работа № 46

Вариант 1.

1. Точка М не лежит в плоскости прямоугольника ABCD. Докажите, что прямая CD параллельна плоскости ABM.
2. Даны векторы: $\vec{a}\{3;2;1\}, \vec{b}\{-2;1;4\}, \vec{c}\{-1;2;2\}, \vec{d}\{-2;0;3\}$.

   Найдите координаты вектора $4\vec{a} - 3\vec{b} + 3\vec{c} - \vec{d}$.
3. Сколькими способами можно разместить пять различных книг на полке?
4. Вычислите: а) $\frac{20!}{3! \cdot 17!}$; б) $3P_3 + 2A_{10}^2 - C_7^2$.

Вариант 2

1. Середины сторон BD и CD треугольника BCD лежат в плоскости α, сторона BC не лежит в этой плоскости. Докажите, что прямая BC и плоскость α параллельны.
2. Даны векторы: $\vec{a}\{2;-3;1\}, \vec{b}\{2;4;0\}, \vec{c}\{-1;3;1\}, \vec{d}\{3;-1;2\}$.

   Найдите координаты вектора $5\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c} + 3\vec{d}$.
3. Сколькими способами можно разместить шесть различных книг на полке?
4. Вычислите: а) $\frac{25!}{20! \cdot 5!}$; б) $P_4 - 2A_9^2 + 3C_8^2$.

Тема 7. Основы тригонометрии (13 часов)

Тема 7.1. Радианная мера угла. Вращательное движение. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа (2 часа)

Тема 7.1.1. Радианная мера угла. Вращательное движение. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа (1 час)

Самостоятельная работа № 47

1. Выразите в радианах:

1) 1°;	4) 10°;	7) 15°;	10) 30°;
2) 45°;	5) 60°;	8) 70°;	11) 90°;
3) 225°;	6) 240°;	9) 320°;	12) 330°.

2. Переведите из градусной меры в радианную:

1) 120°;	3) 220°;	5) 300°;	7) 765°;
2) 210°;	4) 150°;	6) 315°;	8) 675°.

3. Выразите в градусах:

1) $\frac{\pi}{15}$;	4) $\frac{\pi}{12}$;	7) $\frac{\pi}{8}$;	10) $\frac{7\pi}{9}$;
2) $\frac{2\pi}{3}$;	5) $\frac{11\pi}{6}$;	8) $1{,}5\pi$;	11) 3π;
3) $0{,}25\pi$;	6) $\frac{21}{4}\pi$;	9) $-\frac{31}{6}\pi$;	12) $\frac{101}{12}\pi$.

4. Найдите на числовой окружности точку, которая соответствует заданному числу:

1) $\frac{\pi}{2}$; $\frac{2\pi}{3}$; $-\frac{\pi}{2}$; 3) $\frac{3\pi}{2}$; $\frac{5\pi}{6}$; -2π;

2) π; $\frac{3\pi}{4}$; $-\frac{2\pi}{3}$; 4) 2π; $\frac{5\pi}{4}$; $-\frac{3\pi}{4}$.

Тема 7.1.2. Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой. Основные тригонометрические тождества (1 час)

Самостоятельная работа № 48

Преобразуйте выражения:

1) $4\cos^2 3\alpha + 4\sin^2 3\alpha$; 2) $2\sin^2 5\alpha + 2\cos^2 5\alpha$;
3) $1 - \sin^2 3x$; 4) $1 - \cos^2 4\beta$;
5) $\sin^2 7y - 1$; 6) $\cos^2 3t - 1$;
7) $2\sin^2 t - 1$; 8) $1 - 2\cos^2 3\gamma$;
9) $\operatorname{tg} 3\beta \operatorname{ctg} 3\beta$; 10) $\operatorname{ctg} 1{,}1 \cdot \operatorname{tg} 1{,}1$;
11) $\operatorname{tg}\alpha \cos\alpha$; 12) $\sin 2\varphi \operatorname{ctg} 2\varphi$;
13) $\operatorname{ctg}^2\varphi \sin^2\varphi$; 14) $\operatorname{tg}^2\alpha \cos^2\alpha$;
15) $\operatorname{tg}\gamma \cos\gamma \sin\gamma$; 16) $\sin 2\alpha \cos 2\alpha \operatorname{ctg} 2\alpha$;
17) $(1 - \cos 3\beta)(1 + \cos 3\beta)$; 18) $(1 - \sin 2\varphi)(1 + \sin 2\varphi)$;
19) $(\sin t + 1)(\sin t - 1)$; 20) $(\cos 5\alpha - 1)(1 + \cos 5\alpha)$;
21) $\sin^2\gamma \cos^2\gamma + \cos^4\gamma$; 22) $\sin^4\varphi + \sin^2\varphi \cos^2\varphi$;
23) $(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 + (\sin\alpha + \cos\alpha)^2$;
24) $(3\sin t + 4\cos t)^2 + (4\sin t - 3\cos t)^2$.

Тема 7.2. Формулы сложения. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму (3 часа)

Тема 7.2.1. Формулы сложения (1 час)

Самостоятельная работа № 49

Вычислите:

Вариант 1.

1) $\cos 73° \sin 103° + \cos 17° \sin 13°$;
2) $\sin 170° \cos 20° + \sin 20° \cos 350°$;
3) $\cos 118° \cos 28° - \cos 152° \sin 28°$;
4) $\cos 5° \cos 40° - \sin 140° \sin 175°$;
5) $\dfrac{\cos 34° \cos 154° + \sin 386° \sin 34°}{\sin 53° \cos 8° - \cos 53° \sin 172°}$;

Вариант 2.

1) $\cos 73° \sin 107° + \sin 73° \sin 197°$;
2) $\cos 109° \cos 49° + \cos 41° \sin 71°$;
3) $\sin 7° \cos 217° + \cos 7° \cos 53°$;
4) $\sin 22° \cos 203° + \cos 22° \cos 113°$;
5) $\dfrac{\cos 378° \sin 27° + \cos 27° \sin 18°}{\sin 158° \sin 52° + \cos 52° \cos 22°}$.

Тема 7.2.2. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму (1 час)

Самостоятельная работа № 50

Преобразуйте сумму в произведение и упростите результат, если это возможно:

Вариант 1.

1) $\sin 50° + \sin 20°$; 4) $\cos 160° + \cos 80°$; 7) $\cos 3\alpha - \cos 5\alpha$;
2) $\cos 28° - \cos 12°$; 5) $\sin 83° - \sin 23°$; 8) $\sin 10° + \cos 40°$;
3) $\cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{3\pi}{5}$; 6) $\sin\frac{\pi}{12} - \sin\frac{5\pi}{12}$; 9) $\sin\frac{\pi}{10} + \sin\frac{\pi}{12}$.

Вариант 2.

1) $\cos 40° - \cos 10°$; 4) $\cos 37° + \cos 23°$; 7) $\cos 20° - \cos 70°$;
2) $\sin 42° - \sin 26°$; 5) $\sin 130° + \sin 110°$; 8) $\sin\beta - \sin 3\beta$;
3) $\sin\frac{5\pi}{24} + \sin\frac{7\pi}{24}$; 6) $\sin\frac{\pi}{12} - \sin\frac{5\pi}{12}$; 9) $\cos\frac{\pi}{8} - \cos\frac{\pi}{10}$.

Тема 7.3. Формулы двойного угла. Формулы половинного угла. Формулы приведения (4 часа)

Тема 7.3.1. Формулы двойного угла. Формулы половинного угла. Формулы приведения (1 час)

Самостоятельная работа № 51

Заполнить таблицу «Тригонометрия. Теория и практика».
При заполнении можно воспользоваться лекциями или учебником Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 -11 кл. – М., 2010.

	Понятия	Теоретические сведения, формулы	Пример, решение
1	Основное тригонометрическое тождество		
2	Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом.		
3	Знаки тригонометрических функций		
4	Формулы двойного угла		
5	Формулы сложения		
6	Формулы преобразования суммы и разности в произведение		
7	Формулы приведения.		

Тема 7.3.2. Формулы двойного угла. Формулы половинного угла (1 час)

Самостоятельная работа № 52

Преобразуйте выражения:

1) $\dfrac{2\cos^2\alpha \operatorname{tg}\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}$; 5) $\operatorname{tg}\alpha(1 + \cos 2\alpha)$;

2) $\dfrac{\sin 2t - 2\sin t}{\cos t - 1}$; 6) $\dfrac{(\sin\beta + \cos\beta)^2}{1 + \sin 2\beta}$;

3) $\dfrac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$; 7) $\dfrac{2}{\operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t}$;

4) $\dfrac{1 + \cos 2\varphi}{1 - \cos 2\varphi}$; 8) $\left(\dfrac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha} + \dfrac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha}\right)\sin 2\alpha$.

Тема 7.4. Формулы приведения (2 часа)

Самостоятельная работа № 53 – 54

Тест

I вариант

1. Вычислить: $\sin\frac{\pi}{2} + \cos\frac{\pi}{3}$

а) 1; б) 1,5; в) 0; г) -1.

2. Вычислить $\sin 12^0 \cos 18^0 + \sin 18^0 \cos 12^0$

а) $\frac{1}{2}$; б) – 1; в) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; г) 1.

3. Упростите выражение: $\dfrac{1 - \cos\alpha}{\sin^2\alpha}$

а) $\operatorname{ctg}^2\alpha - \operatorname{ctg}\alpha$; б) $\dfrac{1}{1 + \cos\alpha}$;

в) $\dfrac{1}{\cos\alpha}$; г) $1 + \cos\alpha$.

4. Упростите выражение: $\dfrac{tg^2\alpha}{1 + tg^2\alpha}$

а) $\operatorname{tg}^4\alpha$; б) $\operatorname{tg}^2\alpha + 1$; в) $\sin^2\alpha$; г) $\cos^2\alpha$.

5. Упростите выражение $1 - \sin^2\alpha \cdot \operatorname{ctg}^2\alpha$

а) $-\operatorname{ctg}^2\alpha$; б) $\sin^2\alpha$; в) $\operatorname{tg}^2\alpha$; г) $\cos^2\alpha$.

6. Преобразуйте выражение

$\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)-\sin(\frac{3\pi}{2}+\alpha)tg(\pi+\alpha)$

а) 0; б) sin α; в) tg α; г) cos α.

7. Докажите тождество:

$1-\frac{1}{1+tg^2\alpha}=\frac{1}{1+ctg^2\alpha}$

II вариант

1. Вычислить: $\cos\frac{\pi}{3}-\sin\frac{\pi}{2}$

а) 1; б) 1,5; в) 0; г) -0,5.

2. Вычислить $\cos 23^0 \cos 22^0 - \sin 23^0 \sin 22^0$

а) -1; б) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\frac{1}{2}$; г) 1.

3. Упростите выражение: $\frac{1-\sin\alpha}{\cos^2\alpha}$

а) $ctg^2\alpha - ctg\alpha$; б) $\frac{1}{1+\cos\alpha}$;

в) $\frac{1}{1+\sin\alpha}$; г) 1 + cosα.

4. Упростите выражение: $\frac{ctg^2\alpha}{1+ctg^2\alpha}$

а) $tg^4\alpha$; б) $tg^2\alpha + 1$; в) $\sin^2\alpha$; г) $\cos^2\alpha$.

5. Упростите выражение: $1 - \cos^2\alpha \cdot tg^2\alpha$

а) - $ctg^2\alpha$; б) $\sin^2\alpha$; в) $tg^2\alpha$; г) $\cos^2\alpha$.

6. Преобразуйте выражение

$\cos(\pi-\alpha)\cdot ctg(\frac{\pi}{2}-\alpha)-\sin(2\pi-\alpha)$;

а) cos α; б) 0; в) tg α; г) sin α.

7. 7. Докажите тождество:

$\cos^2\alpha\cdot(1+tg^2\alpha)-\sin^2\alpha=\cos^2\alpha$

Тема 7.5. Простейшие тригонометрические уравнения. Арксинус, арккосинус, арктангенс (5 часов)

Тема 7.5.1. Простейшие тригонометрические уравнения. Арксинус, арккосинус, арктангенс (1 час)

Самостоятельная работа № 55

Вариант I

Найдите значение выражения:

1. arcsin $(-\frac{1}{2})$

а) $\frac{\pi}{6}$; б) - $\frac{\pi}{6}$; в) $\frac{\pi}{3}$

2. arccos (-1)

а) π; б) - π; в) 0

3. arctg $\sqrt{3}$

а) $\frac{\pi}{3}$; б) - $\frac{\pi}{3}$; в) 0

4. arctg (- 1) + arcsin 0

а) - $\frac{\pi}{4}$; б) $\frac{\pi}{4}$; в) 0

5. arcsin $(-\frac{1}{2})$ + arcsin 0

а) $\frac{5\pi}{6}$; б) $\frac{\pi}{4}$; в) $\frac{3\pi}{4}$

Вариант II

Найдите значение выражения:

1. arcsin (- $\frac{\sqrt{3}}{2}$)

а) $\frac{\pi}{3}$; б) $\frac{\pi}{2}$; в) - $\frac{\pi}{3}$

2. arccos $(-\frac{\sqrt{3}}{2})$

а) - $\frac{\pi}{6}$; б) $\frac{5\pi}{6}$; в) $\frac{3\pi}{4}$

3. arctg $\sqrt{3}$

а) $\frac{\pi}{3}$; б) - $\frac{\pi}{3}$; в) 1

4. arctg 1 + arcos 1

а) $\frac{\pi}{4}$; б) 0; в) $\frac{\pi}{2}$

5. arcsin (- $\frac{\sqrt{3}}{2}$) + arcos (- $\frac{\sqrt{3}}{2}$)

а) $\frac{\pi}{2}$; б) $\frac{5\pi}{6}$; в) - $\frac{\pi}{3}$

Тема 7.4.2. Простейшие тригонометрические уравнения (1 час)

Самостоятельная работа № 56

Решить тригонометрические уравнения.

Ряд 1	Ряд 2	Ряд 3
1. $\cos x - 2 = 0$ 2. $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3. $2\sin x + \sqrt{2} = 0$ 4. $\sin 3x = 0$	1. $tgx + 2 = 0$ 2. $ctg2x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ 3. $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ 4. $\cos 2x = 0$	1. $\cos x + 2 = 0$ 2. $\sin 3x = -\frac{1}{2}$ 3. $2\cos x + 1 = 0$ 4. $\sin 2x = 0$

Тема 7.4.3. Простейшие тригонометрические неравенства (1 час)

Самостоятельная работа № 57

Вариант 1. Решите неравенства	Вариант 2. Решите неравенства
а) $\sin x \ge \frac{\sqrt{3}}{2}$ б) $\cos\left(\frac{x}{3}\right) \ge \frac{\sqrt{2}}{2}$	а) $\sin x \ge -\frac{\sqrt{2}}{2}$ б) $\cos 4x \le \frac{\sqrt{3}}{2}$
в) $\sin 2x \ge -\frac{\sqrt{2}}{2}$ г) $\cos\left(\frac{x}{4}\right) \ge \frac{\sqrt{3}}{2}$	в) $\sin 3x \ge \frac{\sqrt{2}}{2}$ г) $\cos\frac{x}{2} \le -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Тема 7.4.4. Решение уравнений и неравенств (1 час)

Самостоятельная работа № 58

Вариант 1.

1) $2\sin x > -\sqrt{2}$;

2) $\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right) = 1$;

3) $tg\ (x - \frac{\pi}{3}) = 3$;

4) $12\sin^2 x + 20\cos x - 19 = 0$

5) $\sin x + \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$;

Вариант 2.

1) $2\sin 2x < -1$;

2) $\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right) = -1$;

3) $ctg\ (\frac{\pi}{6} - x) = -2$.

4) $2\cos^2 x + 5\sin x + 5 = 0$

5) $\sin x - \cos x = 1$;

Тема 7.4.4. Решение примеров (1 час)

Самостоятельная работа № 59

Вариант № 1

Вариант № 2

1. Вычислите

$\sin 12^0 \cos 18^0 + \sin 18^0 \cos 12^0$

$\cos 23^0 \cos 22^0 - \sin 23^0 \sin 22^0$

2. Упростите выражение

$(1-\sin(-\alpha))(1-\sin\alpha)$;

$(1-\cos(-\alpha))(1+\cos(-\alpha))$

$\cos^4\alpha - \sin^4\alpha$.

$2\cos^2\alpha\ tg\ \alpha$;

3. Докажите тождество

$\cos\alpha = \sin\alpha\cdot ctg\alpha$;

$\sin\alpha = \cos\alpha\cdot tg\alpha$

$1-\frac{1}{1+tg^2\alpha}=\frac{1}{1+ctg^2\alpha}$

$\cos^2\alpha\cdot(1+tg^2\alpha)-\sin^2\alpha=\cos^2\alpha$

4. Преобразуйте выражение:

а) $\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)-\sin(\frac{3\pi}{2}+\alpha)tg(\pi+\alpha)$;

б) $\frac{\sin(\pi-\alpha)+\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)+ctg(\pi-\alpha)}{tg(\frac{3\pi}{2}-\alpha)}$

а) $\cos(\pi-\alpha)\cdot ctg(\frac{\pi}{2}-\alpha)-\sin(2\pi-\alpha)$

б) $\frac{ctg(\frac{\pi}{2}-\alpha)\cdot\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)}{\cos(\pi-\alpha)\cdot tg(-\alpha)}$

5. Решить уравнения:

1) $\sqrt{2}\cos x - 1 = 0$	1) $\sqrt{2}\sin x - 1 = 0$
2) $3tg2x + \sqrt{3} = 0$	2) $tg\frac{x}{2} - \sqrt{3} = 0$
3) $\sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 1$	3) $\cos(3x - \frac{\pi}{6}) = -1$

Тема 8. Функции, их свойства и графики (9 часов)

Тема 8.1. Функции. Область определения и множество значений; график функции, построение графиков функций, заданных различными способами (1 час)

Самостоятельная работа № 60

Дайте ответы на поставленные вопросы:

1. Что такое функция?
2. Какая переменная называется аргументом функции?
3. Что называется областью определения функции?
4. Что такое график функции?
5. Какие способы задания функции вы знаете? Приведите примеры различных способов задания функции
6. Найдите область определения функции: y= $\frac{6}{3x-3}$
7. Найдите область определения функции: y= $\sqrt{2x-4}$
8. постройте график функции с помощью различных преобразований.

Вариант 1 Построить график функции $y=-x^2+1$	Вариант 2 Построить график функции $y=-(x+1)^2$	Вариант 3 Построить график функции $y=\frac{1}{x}-1$	Вариант 4 Построить график функции $y=\frac{1}{x+1}-1$
Вариант 5 Построить график функции $y=(x-2)^2+1$	Вариант 6 Построить график функции $y=(x+1)^2-3$	Вариант 7 Построить график функции $y=\frac{1}{x+2}-1$	Вариант 8 Построить график функции $y=\frac{1}{x-3}$

Тема 8.2. Свойства функции. Монотонность, четность, нечетность, ограниченность, периодичность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Арифметические операции над функциями. Сложная функция (композиция). Обратные функции. График обратной функции (2 часа)

Тема 8.2.1. Свойства функции. Монотонность, четность, нечетность, ограниченность, периодичность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Арифметические операции над функциями. Сложная функция (композиция). Обратные функции. График обратной функции (1 час)

Самостоятельная работа № 61

Вариант 1.

Укажите выбранный вами номер правильного ответа.

А1. Функцией называется зависимость переменной Y от переменной X, при которой…

1. … каждому значению Y соответствует единственное значение X;
2. … каждому значению X соответствует единственное значение Y;
3. … каждому значению X соответствует единственное значение Y и обратно.

А2. Функцией называется монотонно возрастающей на данном числовом промежутке, если…

1. … большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции;
2. … большему значению аргумента соответствует большее значение функции;

3. … меньшему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

A3. Все значения, которые принимает независимая переменная X образуют:

1. множество значений функции;
2. область определения функции;
3. способы задания функции.

A4. Функция $y=3x^2-\frac{x}{2}$ задана:

1. графически;
2. рекуррентно;
3. аналитически.

A5. График какой функции получается смещением графика функции $y=f(x)$ на «a» единиц вправо вдоль оси Ox:

1. $y=f(x+a)$;
2. $y=f(x-a)$;
3. $y=f(x)+a$.

Вариант 2.

укажите выбранный вами номер правильного ответа.

A1. Если на всей области определения функции выполняется условие: $f(-x)=-f(x)$, то функция называется…

1. **чётной;**
2. нечётной;
3. ни чётной, ни нечётной.

A2. Графики взаимно-обратных функций симметричны относительно:

1. начала координат;
2. оси ординат;
3. прямой $y=x$.

A3. Функция $f(x)$ называется монотонно возрастающей на [a,b], если для x_1 и x_2 из [a,b] выполняется условие:

1. если $x_2\ x_1$, то $f(x_2)\ f(x_1)$;
2. если $x_2\ x_1$, то $f(x_2)\ f(x_1)$;
3. если $x_2\ x_1$, то $f(x_2)=f(x_1)$.

A4. Все значения, которые принимает зависимая переменная Y образуют:

1. область определения функции;
2. **множество значений функции;**
3. промежуток возрастания функции.

A5. График функции $y=f(x)\pm b$ получается смещением графика функции $y=f(x)$

1) по оси Oy на b единиц вверх при $b0$ или вниз при b

2) по оси Ox на b единиц влево при b0 или вправо при b

3) по оси Oy на b единиц вниз при b0 или вверх при b

Тема 8.2.2. Определение функций. Построение и чтение графиков функций. Исследование функции. Непрерывные и периодические функции (1 час)

Самостоятельная работа № 62

с помощью преобразований графиков функций построить график заданной функции и указать её свойства.

Вариант 1	Вариант 2
С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=\frac{1}{x-4}-4$. Перечислите ее свойства	С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=\frac{1}{x}+3$. Перечислите ее свойства.
Вариант 3	Вариант 4

С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=\frac{1}{x+1}-4$. Перечислите ее свойства.	С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=\frac{1}{x+1}-2$. Перечислите ее свойства.
Вариант 5 С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=2-(x-1)^2$. Перечислите ее свойства.	Вариант 6 С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте график функции $y=\frac{1}{x+3}-1$. Перечислите ее свойства.

Тема 8.3. Степенные, показательные и логарифмические функции. Определения функций, их свойства и графики. Преобразования графиков. Параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой $y = x$, растяжение и сжатие вдоль осей координат (2 часа)

Тема 8.3.1. Степенные, показательные и логарифмические функции. Определения функций, их свойства и графики (1 час)

Самостоятельная работа № 63.

Выполнить графическую работу

«Построение «основных» графиков показательной и логарифмической функций»

№	Показательная функция $y=a^x$		Логарифмическая функция $y=\log_a x$	
	Возрастающая $a>1$	Убывающая $0<a<1$	Возрастающая $a>1$	Убывающая $0<a<1$
1	$y=2^x$	$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$	$y=\log_2 x$	$y=\log_{\frac{1}{2}} x$
2	$y=3^x$	$y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$	$y=\log_3 x$	$y=\log_{\frac{1}{3}} x$
3	$y=4^x$	$y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$	$y=\log_4 x$	$y=\log_{\frac{1}{4}} x$
4	$y=5^x$	$y=\left(\frac{1}{5}\right)^x$	$y=\log_5 x$	$y=\log_{\frac{1}{5}} x$

Тема 8.3.2. Степенные, показательные и логарифмические функции. Определения функций, их свойства и графики. Преобразования графиков (1 час)

Самостоятельная работа № 64.

Задание 2. Выполнить графическую работу «Графики показательной и логарифмической функции».

Вариант 1 Построить график функции $y=log_2 x$	Вариант 2 Построить график функции $y=3^x+1$	Вариант 3 Построить график функции $y=\log_{0,5}x-1$	Вариант 4 Построить график функции $y=0,5^x$
Вариант 5 Построить график функции $y=\log_{0,2}x$	Вариант 6 Построить график функции $y=\log_3 x$	Вариант 7 Построить график функции $y=-4^x$	Вариант 8 Построить график функции $y=\log_5 x$

Тема 8.4. Тригонометрические функции. Определения функций, их свойства и графики. Преобразования графиков (2 часа)

Тема 8.4.1. Тригонометрические функции. Определения функций, их свойства и графики (1 час)

Самостоятельная работа № 65

Выполнить графическую работу «Графики тригонометрических функций».

Вариант 1 Построить график функции $y=3\sin x$	Вариант 2 Построить график функции $y=-\sin x$	Вариант 3 Построить график функции $y=\sin 2x$	Вариант 4 Построить график функции $y=\sin x-2$
Вариант 5 Построить график функции $y=0,5\cos x$	Вариант 6 Построить график функции $y=-\cos x$	Вариант 7 Построить график функции $y=\cos 3x$	Вариант 8 Построить график функции $y=-\cos x+1$

Тема 8.4.1. Тригонометрические функции. Преобразование графиков (1 час)

Самостоятельная работа № 66

Постройте график функции y = 2sinx – 1. Опишите ее свойства.

Постройте график функции $y=\frac{1}{2}\cos x+2$. Опишите ее свойства.

Тема 8.5. Обратные тригонометрические функции. Определения функций, их свойства и графики. Преобразования графиков (3 часа)

Тема 8.5.1. Обратные тригонометрические функции. Определения функций, их свойства и графики (1 час)

Самостоятельная работа № 67

I вариант:	II вариант:
№1 Вычислите: a) $\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}+\arcsin(-1)-2\arcsin 0=$ b) $\arcsin(\mathrm{ctg}\frac{\pi}{4})=$ c) $\cos(\arcsin(-0.5)-\arcsin 1)=$ №2 Решите уравнение: a) $\sin t=0$ b) $\sin t=\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\sin t=-\sqrt{3}$ №3 Вычислите: a) $\arccos(-1)-\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}+\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2})$ b) $\arccos(\mathrm{tg}\frac{\pi}{4})=$ c) $\sin(\arccos 0)=$ №4 Вычислите: a) $\cos t=-0.5$ b) $\cos t=1$ c) $\cos t=-2$ d) $\cos t=\frac{2}{3}$	№1 Вычислите: a) $\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}+\arcsin 1-\arcsin 0.5=$ b) $\arcsin(\mathrm{tg}\frac{\pi}{4})=$ c) $\cos(\arcsin 0.5-\arccos 1)=$ №2 Решите уравнение: a) $\cos t=0$ b) $\cos t=\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\cos t=-\sqrt{3}$ №3 Вычислите: a) $\arcsin 1-\arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2})+\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\arcsin(\mathrm{ctg}\frac{\pi}{4})=$ c) $\sin(\mathrm{arcctg}\, 0)=$ №4 Вычислите: a) $\sin t=-0.5$ b) $\sin t=1$ c) $\sin t=-2$ d) $\cos t=\frac{\sqrt{3}}{2}$

Тема 8.5.3. Решение примеров (1 час)

Самостоятельная работа № 68

Вариант 1.

1. Изобразите схематически график функции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
2. Найдите область значений функции $f(x) = \log_2(3x-4)$
3. Постройте график функции $y = 2\cos(x - \frac{\pi}{4}) - 1$. Перечислите свойства функции.

Вариант 2.

1. Изобразите схематически график функции $y = (2)^x$
2. Найдите область значений функции $f(x) = \log_3(4x+5)$
3. Постройте график функции $y = 2\sin(x + \frac{\pi}{2}) + 1$. Перечислите свойства функции.

Тема 9. Начала математического анализа (14 часов)

Тема 9.1. Последовательности. Способы задания и свойства числовых последовательностей. Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Суммирование последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма (2 часа)

Тема 9.1.1. Последовательности. Способы задания и свойства числовых последовательностей. Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Суммирование последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма (1 час)

Самостоятельная работа № 69

ВАРИАНТ 1

1. Выписать первые четыре члена последовательности.
   $x_n = 5n-2$
2. Написать формулу n-го члена последовательности
   $\frac{1}{4}, \frac{2}{7}, \frac{3}{10}, \frac{4}{13}, \ldots$
3. Вычислить предел последовательности.
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{5n^{10}+4n^3+1}{7n^{18}+6n^9}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^4+6n^2+1}{7n^4+7n^2}$
   3) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{4n^{12}+1}{n^8+n^9}$
   4) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{5n-4}-\sqrt{5n+2})$

ВАРИАНТ 2

1. Выписать первые четыре члена последовательности.
   $x_n = 4n+1$
2. Написать формулу n-го члена последовательности
   $\frac{2}{1}, \frac{3}{4}, \frac{4}{9}, \frac{5}{16}, \ldots$
3. Вычислить предел последовательности.
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{7n^{14}+n^3+8}{21n^{14}+n^9}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{5n^3+n^{32}+1}{6n^5+n^9}$
   3) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{10n^5+4n+1}{7n^8+5n}$
   4) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{8n-3}-\sqrt{8n+2})$

Тема 9.1.2. Числовая последовательность, способы ее задания, вычисления членов последовательности. Предел последовательности (1 час)
Самостоятельная работа № 70

Вариант 1 1. Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-8x+15}$.

1. Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x+5}{3x-6}$.

3. Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+2x-3}{x-1}$;

4. Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^4-x^3+1}{2x^4+x}$

Вариант 2 1. Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 4}\frac{x^2+x-20}{x^2-16}$.

2. Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 2}\frac{3x+6}{2x-4}$.

3. Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 8}\frac{x^2-10x+16}{x-8}$

4. Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x-1}{x^2+7x+5}$.

Тема 9.2. Производная. Понятие о производной функции, ее физический смысл. Производные суммы, разности, произведения, частные. Производные основных элементарных функций (3 часа)
Тема 9.2.1. Производная. Понятие о производной функции, ее физический смысл. Производные суммы, разности, произведения, частные. Производные основных элементарных функций (1 час)
Самостоятельная работа № 71

№	Вариант 1	№	Вариант 2
1	Найдите производную функции: a) $f(x) = 2x^2 + 4$; b) $f(x) = 4x^3 + 6x + 3$.	1	Найдите производную функции: a) $f(x) = 3x^2 - 5$; b) $f(x) = 3x^3 + 2x - 9$.
2	Найдите производную функции: a) $g(x) = (x^3 + 6x - 3)(x + 1)$; b) $g(x) = \frac{4x-7}{x^2+4}$.	2	Найдите производную функции: a) $g(x) = (x^3 - 5x + 3)(x - 1)$; b) $g(x) = \frac{3x+2}{x^2+2}$.
3	Найдите производную функции в точке: $f(x) = 4x^3 - 2x + 117$ В точке $x_0 = -2$.	3	Найдите производную функции в точке: $f(x) = \frac{x^3}{5} + 5$ В точке $x_0 = -3$.

Тема 9.2.2. Производные элементарных функций (1 час)
Самостоятельная работа № 72
Найти производную функции:

Вариант 1	Вариант 2
Найдите производную функции	Найдите производную функции
1) $y = 3x^5 - 20x^2 + 8x + 1$	1) $y = 4x^5 - 10x^2 + 6x + 2$
2) $y = \cos x$	2) $y = \sin x$
3) $y = \frac{2x-3}{x+1}$	3) $y = \frac{2x+1}{x-3}$
4) $y = \sqrt[7]{x^2}$	4) $y = \sqrt[5]{x^3}$
5) $y = 8^x$	5) $y = 5^x$
6) $y = 4x - 4$	6) $y = 2x - 1$
7) $y = x^3 - 5x^2 + 3x - 15$	7) $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 11$
8) $y = x^{-18}$	8) $y = x^{-16}$
9) $y = \log_6 x$	9) $y = \log_7 x$
10) $y = (x^3 + 3x^2)(x^2 - 8)$	10) $y = (x^3 - 4x^2)(x^2 - 7)$
11) $y = \frac{2}{x^7}$	11) $y = \frac{2}{x^6}$
12) $y = 5^x - \log_2 x$	12) $y = 2^x - \log_7 x$
13) $y = \ln x + 8\lg x$	13) $y = \ln x + 5\lg x$
14) $y = 2x^8 - 7\ln x + 4\log_7 x$	14) $y = 6x^8 - 6\ln x + 3\log_3 x$
15) $y = 5\sin x \cdot 4^x$	15) $y = 4\cos x \cdot 9^x$

Тема 9.2.3. Решение примеров по теме «Производные элементарных функций (1 час)
Самостоятельная работа № 73

Найти производную функции:

Вариант № 1

1. $y = (4-3x)^5$ $\quad a)y' = 20(4-3x)^4$ $\quad б)y' = 5(4-3x)^4$ $\quad b)y' = -15(4-3x)^4$
2. $y = 2\sin x - 5x$ $\quad a)y' = 2\cos x - 5$ $\quad б)y' = -2\cos x + 5$ $\quad b)y' = \cos x + 5$
3. $y = x \cdot \cos x$ $\quad a)y' = \sin x$ $\quad б)y' = x\cdot\cos x + \sin x$ $\quad b)y' = \cos x - x\cdot\sin x$
4. $y = \frac{x^2}{1+x^2}$ $\quad a)y' = \frac{2x}{(1+x^2)^2}$ $\quad б)y' = \frac{2}{(1+x^2)^2}$ $\quad b)y' = \frac{2x}{1+x^2}$

Найти значение производной функции y(x) в точке X_0

5. $y = 1 + 2\sqrt{x}$ $\quad x_0 = 9$ $\quad a)\frac{1}{3}$ $\quad б)3$ $\quad b)\frac{2}{3}$

Вариант № 2

Найти производную функции:

1. $y = (2x-3)^{12}$ $\quad a)y' = 12(2x-3)^{11}$ $\quad б)y' = 24(2x-3)^{11}$ $\quad b)y' = -36(2x-3)^{11}$
2. $y = 3\cos x - 2x$ $\quad a)y' = 3\sin x - 2$ $\quad б)y' = -3\sin x + 2$ $\quad b)y' = -3\sin x - 2$
3. $y = x\cdot\sin x$ $\quad a)y' = \cos x$ $\quad б)y' = x\sin x - \cos x$ $\quad b)y' = \sin x + x\cos x$
4. $y = \frac{x^2}{1+x}$ $\quad a)y' = \frac{2x}{(1+x)^2}$ $\quad б)y' = \frac{2x+x^2}{(1+x)^2}$ $\quad b)y' = \frac{x^2}{(1+x)^2}$
5. Найти производную функции y(x) в точке x_0

$y = 2 + \sqrt{x}$ $\quad x_0 = 4$ $\quad a)4$ $\quad б)\frac{1}{4}$ $\quad b)\frac{3}{4}$

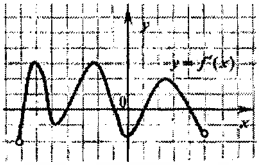
Тема 9.3. Уравнение касательной к графику функции. Геометрический смысл производной (2 часа)

Тема 9.3.1. Уравнение касательной к графику функции. Геометрический смысл производной (1 час)

Самостоятельная работа № 74

1 вариант

1. На рисунке изображён график производной функции $y = f(x)$. В ответе укажите количество точек графика этой функции, в которых касательная параллельна оси Ох.



2. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведённой к графику функции $y = -4x^2$ в его точке с абсциссой $x_0 = 2$.

1) 1 2) 2 3) 0 4) – 16.

3. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2 - x^2$ в его точке с абсциссой $x_0 = -3$. В ответе укажите координату по оси ординат точки с абсциссой равной – 2,5

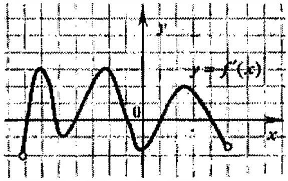
4. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведённой к графику функции $y = -\frac{4}{x}$ в его точке с абсциссой $x_0 = -2$.

1) 1 2) 2 3) 0 4) – 1.

5. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 1$ в его точке с абсциссой $x_0 = -1$. В ответе укажите координату по оси ординат точки с абсциссой равной 4,5

2 вариант

1. На рисунке изображён график производной функции $y = f(x)$. В ответе укажите количество точек графика этой функции, в которых касательная параллельна оси Ох.



2. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведённой к графику функции $y = -0{,}5x^2$ в его точке с абсциссой $x_0 = -3$.

1) – 3 2) – 4,5 3) 3 4) 0.

3. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 2x$ в его точке с абсциссой $x_0 = -2$. В ответе укажите координату по оси ординат точки с абсциссой равной – 3,5

4.К графику функции $y = 3x^2 + 5x - 15$ в точке $x_o = 1/6$ проведена касательная. Найдите тангенс угла наклона касательной к оси Ох.

1)6 2)11 3)7 4)4.

5. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 - 4$ в его точке с абсциссой $x_0 = -2$. В ответе укажите координату по оси ординат точки с абсциссой равной – 1,5

Тема 9.3.2. Уравнение касательной в общем виде (1 час)

Самостоятельная работа № 75

Вариант 1

1. Напишите уравнение касательной к параболе $f(x) = 2x^2 - 4x + 7$ в точке с абсциссой $x_0 = 4$.

   Ответ: а) $y = 8x - 12$; б) $y = 12x - 25$; в) $y = 16x - 8$; г) $y = 2x - 3$.

2. Найдите угол между касательными, проведенными из точки А(0; -6) к кривой $f(x)=2x^2+2$.

Ответ: а) arctg 6; б) π - arctg 8; в) π - 2 arctg 8; г) arctg 4.

Вариант 2

1. Напишите уравнение касательной к параболе $f(x) = 3x^2 + x - 4$ в точке с абсциссой $x_0 = 3$.
Ответ: а) y = 18x - 15; б) y = 12x - 21; в) y = 19x - 31; г) y = 6x - 7.

2. Найдите угол между касательными, проведенными из точки A(0; -2) к кривой $f(x)=3x^2 +1$.
Ответ: а) arctg 3; б) π - 2 arctg 6; в) π - arctg 6; г) arctg 5.

Тема 9.4. Применение производной к исследованию функций и построению графиков (3 часа)

Тема 9.4.1. Применение производной к исследованию функций и построению графиков (1 час)

Самостоятельная работа № 76

Задание 1. Индивидуальное творческое задание: «Исследование функций с помощью производной»

Цель работы: научить студентов применять производную при исследовании функций.

Теоретический материал

Общая схема исследования функций с помощью производной.

1. Нахождение области определения функции.
2. Проверка того, является ли функция четной, нечетной, периодической или эта функция – функция общего вида.
3. Определение точек пересечения с осями координат.
4. Нахождение критических точек
(точек, в которых производная равна нулю или не существует).
5. Определение промежутков знакопостоянства функции.
6. Определение промежутков возрастания и убывания функции
(промежутков, на которых производная положительна или отрицательна).
7. Определение экстремумов функции.
8. Уточнение графика функции по точкам (произвести окончательное уточнение графика, в особенности на участках, где информация о нем недостаточна).

Данную схему можно варьировать в зависимости от конкретных особенностей функции, переставлять отдельные этапы, некоторые из них опускать, какие-то, наоборот, добавлять.

Задание 2. Схематически построить график функции, если известны данные, приведенные в таблице:

а)

x	$x<-2$	$x=-2$	$-2<x<2$	$x=2$	$x>2$
$f'(x)$	–	0	–	0	+
$f(x)$	↘	Нет экстр.	↘	min	↗

$f_{min}(2)=-3$. Дополнительные точки: $f(-2)=1; f(0)=0; f(4)=0$.

б)

x	$x<-1$	$x=-1$	$-1<x<3$	$x=3$	$x>3$
$f'(x)$	+	Не сущ.	–	0	+
$f(x)$	↗	Max	↘	min	↗

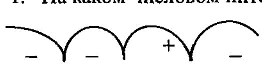
$f_{max}(-1)=4$; $f_{min}(3)=-1$. Дополнительные точки: $f(-2)=0; f(0)=0; f(4)=0$.

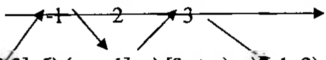
Тема 9.4.2. Промежутки возрастания и убывания функций (1 час)

Самостоятельная работа № 77

1 вариант

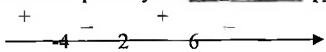
1. На каком числовом интервале стрелочки изображены не верно?



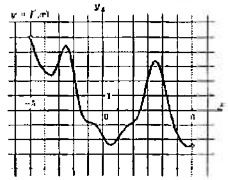


а)(2;3]; б) (-∞; -1]; в) [3; +∞); г) [-1; 2)

2. Указать промежутки <u>возрастания</u> функции.



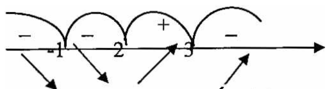
а) (-∞; -4] и [2; 6); б) (-∞; -4) и (2; 6]; в) [-4; 2] и (6; +∞); г) (-4; 2] и [6; +∞)



3. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5;6)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

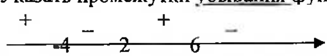
2 вариант

1. На каком числовом интервале стрелочки изображены не верно?

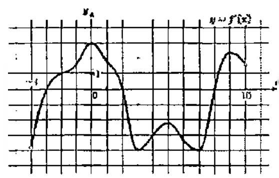


а)(2;3]; б) (-∞; -1]; в) [3; +∞); г) [-1; 2)

2. Указать промежутки <u>убывания</u> функции.



а) (-∞; -4] и [2; 6); б) (-∞; -4) и (2; 6]; в) [-4; 2] и (6; +∞); г) (-4; 2] и [6; +∞)



3) На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4;10)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

Тема 9.4.3. Исследование функции с помощью производной (1 час)
Самостоятельная работа № 78

Индивидуальные задания для студентов

1. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = 3x - x^3$	2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = x^3 - 12x$
3. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - 12x$	4. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = 5x - \frac{5}{3}x^3$
5. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x - 1$	6. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = 2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x^3$
7. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = 1 + 4x - \frac{1}{3}x^3$	8. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x + 3$
9. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график:	10. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график:

$f(x) = 4x^3 - 6x^2$	$f(x) = 3x^2 - x^3$
11. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = 3x^2 - 2x^3$	12. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = x^3 + 3x^2$

Тема 9.5. Наибольшее и наименьшее значения функции (2 часа)

Тема 9.5.1. Наибольшее и наименьшее значения функции (1 час)

Самостоятельная работа № 79

Задание. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = x^4 - 2x^2 - 3$ на промежутке $[0;2]$.

№ шага	План нахождения y_{min} и y_{max} на $[a;b]$	Применение плана
1	Находим производную функции	$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$
2	Находим критические точки функции	$y' = 0$, $4x(x^2 - 1) = 0$, $x = 0$ или $x^2 - 1 = 0$, $x = -1; 0; 1$ - критические точки функции
3	Выбираем критические точки, лежащие внутри $[a;b]$	$0; 1 \in [0;2]$
4	Находим значения функции в критических точках (внутри данного отрезка) и на концах отрезка	$y(0) = -3$ $y(1) = 1 - 2 - 3 = -4$ $y(2) = 16 - 8 - 3 = 5$
5	Из найденных значений функции выбираем наименьшее и наибольшее	$y_{min} = y(1) = -4$, $y_{max} = y(2) = 5$

Применяя указанный выше план, найдите наименьшее и наибольшее значения функции $f(x)$ на промежутке $[a;b]$, если:

1) $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$, $[0;4]$; 2) $f(x) = 3x^2 - x^3$, $[-1;3]$;

3) $f(x) = 3x^3 - 9x^2 + 2$, $[-1;1]$; 4) $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 4x$, $[0;2]$;

5) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$, $[-2;2]$;

Тема 9.5.2. Нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функции (1 час)

Самостоятельная работа № 80

Вариант 1.

1.Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 48x + 14$

2. Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 19)$ на отрезке $[17;19]$

3. Найдите наибольшее значение функции $y = 8\ln(x+7) - 8x + 3$ на отрезке $[-6,5; 0]$

Вариант 2.

1.Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 27x$ на отрезке $[-3; 4]$

2. Найдите точку минимума функции $y = (12 - x)^2$

3. Найдите наибольшее значение функции $y = 8\ln(x+7) - 8x + 10$ на отрезке $[-6,5; 0]$

Тема 9.6. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Вторая производная, ее геометрический и физический смысл. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой и графиком (2 часа)

Тема 9.6.1. Вторая производная, ее геометрический и физический смысл. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой и графиком (1 час)

Самостоятельная работа № 81

Задание 3: решить задачи по теме «Физический смысл производной».

Примеры применения производной	
Задача 1. Материальная точка движется по прямой по закону S(t) $= 8t - t^3$. Найдите её скорость и ускорение в момент времени t = 3.	Указание: V(t) $= S'(t)$, $V(3)$ - ? a(t) = $V'(t)$, a(3) - ?
Задача 2. Тело, выпущенное вертикально вверх со скоростью v_0 движется по закону $h(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, где h – путь в метрах, t- время в секундах. Найдите наибольшую высоту, которую достигнет тело, если $v_0 = 50 м/с$, g = 10м/с^2.	$h'(t) - ?$, $h'(t) = 0$, t - ? $h(t) - ?$
Задача 3. Точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 4t^3 + 11t^2 + 8$ (x измеряется в метрах, t в секундах). Напишите формулу для вычисления скорости в любой момент времени и вычислите её при t = 2.	Указание: V(t) $= x'(t)$, $V(2)$ - ?
Задача 4. Основание параллелограмма a изменяется по закону $a = 3 + 7t$, а высота b по закону $b = 3 + 8t$. Вычислите скорость изменения его площади в момент t = 4с. (Основание a и высота b измеряются в сантиметрах).	Указание: S(t) $= a \cdot b$, $S'(t)$ - ?, $S'(4)$ - ? (см^2/с)
Задача 5. Радиус круга R изменяется по закону $R = 2 + t^2$. С какой скоростью изменяется его площадь в момент t = 3сек, если радиус круга измеряется в сантиметрах.	Указание: S $= \pi R^2$, $S\ (t)$ – ?, V(t) $= S'(t)$, $V(3)$ - ? (см^2/с)
Задача 6. Материальная точка массой 2кг движется прямолинейно по закону $S(t) = 9t - t^2 + \frac{1}{3}t^3$, где S- путь в метрах, t – время в секундах. Найдите силу, действующую на неё в момент t = 3 с.	Указание: $F = m \cdot a$, a(t) = $S''(t)$, a(3) - ?, F - ? (н).
Задача 7. Тело, выпушенное вертикально вверх с высоты h_0 с начальной скоростью V_0 движется по закону $h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, где h – высота в метрах, t – время в секундах. Найдите высоту тела в момент времени, когда скорость тела в 4 раза меньше первоначальной, если h_0 = 3м, V_0 = 5м/с, g $\approx$ 10 м/с^2.	Указание: V(t) = $h'(t)$ - скорость движения тела. Найти момент времени t, когда $V(t) < V_0$ в 4 раза. (из уравнения: 4V(t) = V_0). h(t) - ? (м)
Задача 8. Маховик задерживаемый тормозом, поворачивается за t_c на угол α(t) = 4t – 0,2t^2 (рад). Найдите: а) угловую скорость вращения маховика в момент t = 6с; б) в какой момент маховик остановится?	Указание: $\omega(t) = \alpha'(t)$, $\omega(6)$ - ? (рад/с). $\omega(t) = 0$, t - ?

Тема 9.6.2. Решение примеров (1 час)

Самостоятельная работа № 82

Вариант № 1

1) Найти производные функций:

$a)5x^4-6x^3+2x^2-7x+5; b)3x^2-\frac{1}{x^3}; c)\ e^x\cos x; d)\frac{\sin x}{2x-3}$

2) Построить график функции $f(x)=x^3-2x^2+x+3$

3) Найти наименьшее и наибольшее значения функции $f(x)=3x^5-20x^3+4$ на [1; 3]

4) Найти производные функций: $a)5tg(2-5x); b)\ln(9x+4)$;

5) Написать уравнение касательной к графику функции $f(x)=2x^2+\frac{1}{3}x^3$ в точке $x_0=-3$.

Вариант № 2

1) Найти производные функций:

$a)4x^5+2x^4-7x^3-4x+3; b)2x^3-\frac{1}{x^2}; c)e^x\sin x; d)\frac{7x}{\cos x}$

2) Построить график функции $f(x)=x^3-x^2-x+2$.

3) Найти наименьшее и наибольшее значения функции $f(x)=x^3-3x+7$ на [-3; 1]

4) Найти производные функций:

$a)-3ctg(2x-7); b)e^{6+7x}$

5) Написать уравнение касательной к графику функции $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x$ в точке $x_0=3$.

Тема 10. Интеграл и его применение (14 часов)

Тема 10.1. Первообразная и интеграл. Основные формулы неопределенного интеграла (4 часа)

Тема 10.1.1. Первообразная и интеграл. Основные формулы неопределенного интеграла (1 час)

Самостоятельная работа № 83

Дайте ответы на поставленные вопросы:

1) Что называется первообразной?
2) Что называется неопределённым интегралом?
3) Как обозначается, читается неопределённый интеграл?
4) Что такое интегрирование?
5) Сформулировать 1 свойство неопределённого интеграла.
6) Сформулировать 2 свойство неопределённого интеграла.
7) Сформулировать 3 свойство неопределённого интеграла.
8) Дописать на доске (наверху) продолжение формулы $\int x^{\alpha}dx = \cdots$.
9) Дописать продолжение формулы $\int dx = \cdots$.
10) Дописать продолжение формулы $\int\frac{dx}{x} = \cdots$.
11) Дописать продолжение формулы $\int \sin x\,dx = \cdots$.
12) Дописать продолжение формулы $\int \cos x dx = \cdots$.
13) Дописать продолжение формулы $\int a^x dx = \cdots$.

Тема 10.1.2. Неопределенный интеграл и первообразная (1 час)

Самостоятельная работа № 84

Тест «Первообразная»

I вариант

1. Функция $F(x) = x^3 - 3x + 1$ является первообразной функции:

А. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + x$; В. $f(x) = 3x^3 - 3$;
Б. $f(x) = 3(x^2 - 1)$; Г. $f(x) = 3x^2 - 3 + x$.

2. Найдите функции, производной которых является функции $y = 2x + x^2$.

А. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + C$; В. $f(x) = 2x + 2 + C$;
Б. $f(x) = x^2 + x^3 + C$; Г. $f(x) = 2x^2 + x^3 + C$.

3. Найдите все первообразные функции $y = 2x^3 - 6x^2 + x - 1$.

А. $F(x) = 6x^2 - 12x + C$; В. $F(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + C$;
Б. $F(x) = \frac{\frac{1}{2}x^4 - 2x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + C}{2}$; Г. $F(x) = \frac{\frac{2}{3}x^3 - 3x^2 + x + C}{3}$.

4. Найдите какую-нибудь первообразную функции $f(x) = 2x^3 + x^2 + 3$, которая принимает положительное значение при $x = -1$.

А. $F(x) = 6x^2 + 2x + 4$; В. $F(x) = \frac{x^4}{2} + \frac{x^3}{3} + 3x + 2\frac{5}{6}$;
Б. $F(x) = \frac{x^4}{2} + \frac{x^3}{3} + 3x - 1$; Г. $F(x) = \frac{x^4}{2} + \frac{x^3}{3} + 3x + 3$.

5. Найдите неопределенный интеграл $\int (x^2 + x)dx$

А. $\frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + C$; В. $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + C$;
Б. $\frac{x^3}{3} + x + C$; Г. $x^3 + \frac{x^2}{2} + C$.

6. Найдите неопределенный интеграл $\int (e^x - 5)dx$

А. $e^x - 5x + C$; В. $e^x - 5 + C$;
Б. $5e^x - x + C$; Г. $e^x - x + C$;

II вариант

1. Функция $F(x) = x^2 - 4x + 5$ является первообразной функции:

А. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 5x$; В. $f(x) = 2x - 3$;
Б. $f(x) = 2(x^2 - 1)$; Г. $f(x) = 2x - 4$.

2. Найдите функции, производной которых является функция $y = x^2 + 2x$.

А. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + C$; В. $F(x) = 2x + 2 + C$;
Б. $F(x) = x^2 + x^3 + C$; Г. $F(x) = 2x^2 + x^3 + C$.

3. Найдите все первообразные функции $y = 3x^2 - 4x + 2$.

А. $F(x) = 6x^2 - 12x + C$; В. $F(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + C$;
Б. $F(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + C$; Г. $F(x) = x^3 - 2x^2 + 2x + C$.

4. Найдите какую-нибудь первообразную функции $f(x) = 6x^2 + x - 1$, которая принимает отрицательное значение при $x = 1$.

А. $F(x) = 2x^3 + \frac{x^2}{2} + x - 2$; В. $F(x) = 2x^3 + \frac{x^2}{2} + x + 4$
Б. $F(x) = 2x^3 + \frac{x^2}{2} + x - 1$; Г. $F(x) = 2x^3 + \frac{x^2}{2} + x$.

5. Найдите неопределенный интеграл $\int (x + x^3)dx$

А. $\frac{x^3}{3}+\frac{x^4}{4}+C$; В. $\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+C$;

Б. $\frac{x^3}{3}+x+C$; Г. $\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{4}+C$.

6. Найдите неопределенный интеграл $\int(4-7^x)dx$

А. $x^4 - 7x + C$; В. $4x - 7 + C$;

Б. $4x - \frac{7^x}{\ln 7} + C$; Г. $4^x - 7x + C$;

Тема 10.1.3. Основные формулы неопределенного интеграла (1 час)
Самостоятельная работа № 85

Найдите неопределенный интеграл

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1. $\int 7dx$	1. $\int 5dx$	1. $\int 3dx$
2. $\int x^8dx$	2. $\int x^6dx$	2. $\int x^3dx$
3. $\int \frac{1}{x}dx$	3. $\int \frac{1}{x}dx$	3. $\int \frac{1}{x}dx$
4. $\int \sin x\,dx$	4. $\int \cos x\,dx$	4. $\int \sin x\,dx$
5. $\int 8e^xdx$	5. $\int 4e^xdx$	5. $\int 5e^xdx$
6. $\int 4\cos x\,dx$	6. $\int 6\sin x\,dx$	6. $\int 9\cos x\,dx$
7. $\int(7x-8)^4dx$	7. $\int(3x+9)^6dx$	7. $\int(4x-3)^5dx$
8. $\int(7x^2-3x^3+4x^5)dx$	8. $\int(5x^3-4x^2+7x^4)dx$	8. $\int(4x^4+6x^2-8x^7)dx$
9. $\int\sin(7x-\frac{\pi}{4})\,dx$	9. $\int\cos(5x-\frac{\pi}{2})\,dx$	9. $\int\sin(6x-\frac{\pi}{3})\,dx$
10. $\int(8\cos 4x-2\sqrt{x}+$ *e5x+2)dx*	10. $\int(6\sin 2x-6\sqrt{x}+$ *e7x−9)dx*	10. $\int(3\cos 5x-7\sqrt{x}+$ *e8x+1)dx*
Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
1. $\int 2dx$	1. $\int 4dx$	1. $\int 6dx$
2. $\int x^5dx$	2. $\int x^9dx$	2. $\int x^7dx$
3. $\int \frac{1}{x}dx$	3. $\int \frac{1}{x}dx$	3. $\int \frac{1}{x}dx$
4. $\int \sin x\,dx$	4. $\int \cos x\,dx$	4. $\int \sin x\,dx$
5. $\int 6e^xdx$	5. $\int 3e^xdx$	5. $\int 9e^xdx$
6. $\int 4\cos x\,dx$	6. $\int 6\sin x\,dx$	6. $\int 9\cos x\,dx$
7. $\int(6x-10)^8dx$	7. $\int(5x+11)^7dx$	7. $\int(7x-2)^3dx$
8. $\int(6x^3+8x^7-3x^8)dx$	8. $\int(12x^7+6x^5+4x^6)dx$	8. $\int(4x^3+3x^9-5x^2)dx$
9. $\int\sin(9x-\frac{\pi}{5})\,dx$	9. $\int\cos(8x-\frac{\pi}{3})\,dx$	9. $\int\sin(3x-\frac{\pi}{4})\,dx$
10. $\int(8\cos 4x-2\sqrt{x}+$ *e5x+2)dx*	10. $\int(6\sin 2x-6\sqrt{x}+$ *e7x−9)dx*	10. $\int(3\cos 5x-7\sqrt{x}+$ *e8x+1)dx*

Тема 10.1.3. Решение примеров с применением формул неопределенного интеграла (1 час)
Самостоятельная работа № 86

Вычислить неопределенные интегралы по вариантам:

1. $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+25}}$, $\int\frac{dx}{1-x}$, $\int\sin(2x+3)dx$.	2. $\int e^{\frac{x}{4}}dx$, $\int\frac{dx}{1-5x}$, $\int\cos(5x+3)dx$.	3. $\int\frac{dx}{\sqrt{x^5}}$, $\int\frac{dx}{1+9x}$, $\int e^{5x-7}dx$.
4. $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2-16}}$, $\int\frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$, $\int\sqrt{(x^2+3)}dx$.	5. $\int\sqrt{x^2-16}dx$, $\int\frac{dx}{3-8x}$, $\int\frac{dx}{x^2-5}$.	6. $\int\sqrt{4-x^2}dx$, $\int\frac{dx}{\cos^2 x}$, $\int\sqrt{x^2+8}dx$.

Тема 10.2. Определенный интеграл и его свойства (3 часа)
Тема 10.2.1. Определенный интеграл и его свойства (1 час)
Самостоятельная работа № 87

Задание 1. Дайте ответы на поставленные вопросы:

1. Как обозначается (читается) определённый интеграл
2. Основные свойства определённого интеграла
3. Дописать формулу Ньютона – Лейбница $\int_a^b f(x)dx = \cdots$.
4. Перечислите основные свойства определенного интеграла

Задание 2. Тест «Определенный интеграл»

1 вариант

1. Вычислите интеграл $\int_1^4 5dx$

А. 16; Б. 15; В. 1; Г. 0.

2. Вычислите интеграл $\int_1^3 x^2dx$

А. 4,5; Б. $5\frac{1}{3}$; В. $8\frac{2}{3}$; Г. 1.

3. Вычислите интеграл $\int_{-1}^2(2x-3)dx$

А. -6; Б. 6; В. -5; Г. 0.

4. Вычислите интеграл $\int_0^{\pi}\sin x dx$

А. 1; Б. 0; В. 2; Г. -2.

5. Вычислите интеграл $\int_{-2}^1\frac{1}{x^3}dx$

А. $\frac{3}{8}$; Б. 4; В. $\frac{5}{8}$; Г. $-\frac{3}{8}$.

2 вариант

1. Вычислите интеграл $\int_1^5 2dx$

А. 8; Б. 15; В. 1; Г. 0.

2. Вычислите интеграл $\int_1^2 x^3dx$

А. 4,5; Б. $3\frac{3}{4}$; В. $8\frac{2}{3}$; Г. 1.

3. Вычислите интеграл $\int_{-1}^2(4x+1)dx$

А. 9; Б. -9; В. -5; Г. 0.

4. Вычислите интеграл $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx$

А. 1; Б. 0; В. 2; Г. -2.

5. Вычислите интеграл $\int_1^2\frac{1}{x^4}dx$

А. $\frac{3}{8}$; Б. - $\frac{7}{24}$.; В. $\frac{5}{8}$; Г. $\frac{7}{24}$.

Тема 10.2.2. Определенный интеграл. Теорема Ньютона—Лейбница (1 час)
Самостоятельная работа № 88

Индивидуальные задания. Вычислить интегралы:

1) $\int_2^3(1-x)^4dx$; 2) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(3\cos x)dx$; 3) $\int_1^2(2x-5)dx$; 4) $\int_0^1(x+1)^5dx$

5) $\int_0^1 x^2dx$;   6) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{3}{\cos^2 \frac{x}{2}}dx$;   7) $\int_0^1 (x^2-2x+1)dx$;   8) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{4}{\cos^2 x}dx$

9) $\int_0^1 (x^2+4x-1)dx$;   10) $\int_0^{\frac{\pi}{12}} (108\sin 6x)dx$;   11) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (4\cos 2x)dx$;   12) $\int_0^{\pi} \left(3\sin\frac{1}{2}x\right)dx$

13) $\int_1^2 (4x^3+2x)dx$;   14) $\int_{-1}^1 (6x^3-5x)dx$;   15) $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{36}{\cos^2 2x}dx$;   16) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\sin x dx$;

17) $\int_{-2}^2 (4-x^4)dx$;   18) $\int_1^4 x^3dx$;   19) $\int_{-\frac{2}{3}}^{\frac{2}{3}} (3x^3-2x)dx$;   20) $\int_{-3\pi}^0 \cos 3x dx$

21) $\int_0^{2\pi} \cos\frac{x}{4}dx$;   22) $\int_1^4 (x^2+9)dx$;   23) $\int_{-1}^2 (3x^2)dx$;   24) $\int_{-1}^0 (1-2x)^4 dx$

25) $\int_1^3 2dx$;   26) $\int_0^2 (x^3-x)dx$;   27) $\int_2^3 x^2dx$;   28) $\int_1^3 (3-2x)dx$.

Тема 10.2.3. Вычисление определенного интеграла (1 час)
Самостоятельная работа № 89

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4 – метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

Вариант 1

1. $\int_0^1 (5x-2)^4 dx$.   2. $\int_0^{\pi/2} \sin 3x dx$.   3. $\int_0^{\sqrt{\pi/2}} x\cos(x^2)dx$.   4. $\int_0^{\ln 2} e^{2x-1}dx$.   5. $\int_1^2 (x+1)\ln x dx$.

Вариант 2

1. $\int_0^1 e^{2x}dx$.   2. $\int_0^3 \frac{dx}{4x+2}$.   3. $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x\ln x}$.   4. $\int_1^5 \frac{dx}{\sqrt{5+4x}}$ 5. $\int_{\pi}^{2\pi} x^2\sin x dx$.

Вариант 3

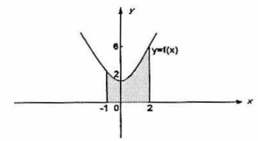
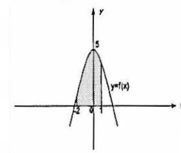
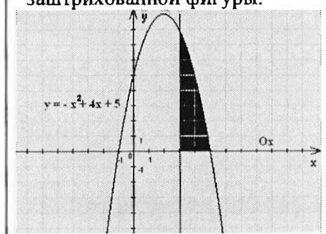
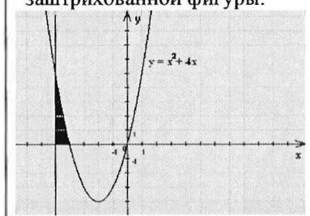
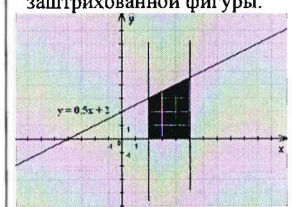
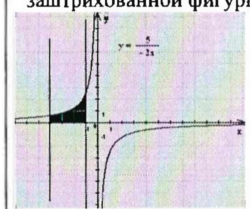
1. $\int_0^1 \frac{dx}{1+4x^2}$.   2. $\int_1^2 \left(x^2-2x+3\right)dx$.   3. $\int_0^1 \frac{xdx}{1+x^4}$.   4. $\int_2^5 \frac{\ln^2 x}{x}dx$.   5. $\int_1^2 x^2e^xdx$.

Вариант 4

1. $\int_0^{1/4} \frac{dx}{\sqrt{1-9x^2}}dx$ 2. $\int_2^6 \sqrt{x-2}dx$.   3. $\int_0^{1/2} \frac{arctg2x}{1+4x^2}dx$.   4. $\int_2^5 e^{x^2-5}xdx$.   5. $\int_{\pi}^{2\pi} x^2\cos x dx$.

Тема 10.3. Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции (4 часа)
Тема 10.3.1. Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции (1 час)
Самостоятельная работа № 90

Вычисление площадей фигур с помощью интеграла

Вариант 1	Вариант 2
1. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.  2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\sqrt{x}, y=1, x=4$.	1.По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.  2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=0, x=1, y=8-x^3$.
Вариант 3	**Вариант 4**
1.По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.  2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^3, y=0, x=4$	1.По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.  2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=0, x=1, y=\sqrt{x}$
Вариант 5	**Вариант 6**
1. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.  2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2, y=0, x=4$	1. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.  2. Вычислите площадь фигуры, ограниченн линиями $y=0, x=1, y=x^2$

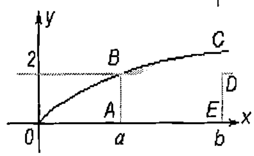
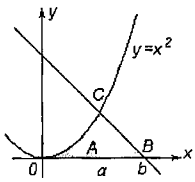
Тема 10.3.2. Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей (1 час)
Самостоятельная работа № 91

ОБУЧАЮЩАЯ ТАБЛИЦА

Задание. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y=\sqrt{x}, y=2, x=9$;   б) $y=x^2, y=2-x, y=0$.

№ шага	План вычисления площади криволинейной трапеции	Применение плана	
		а) $y=\sqrt{x}, y=2, x=9$	б) $y=x^2, y=2-x, y=0$

1	Строим заданные линии и штриховкой отмечаем фигуру, площадь которой надо найти. Установим, является ли эта фигура криволинейной трапецией		
2	Записываем формулу для вычисления площади искомой фигуры	$S=S_{ABCDE}-S_{ABDE}=$ $=\int\limits_a^b \sqrt{x}dx-\int\limits_a^b 2dx$	$S=S_{OAC}+S_{ACB}=$ $=\int\limits_0^a x^2dx+\int\limits_a^b(2-x)dx$
3	Находим пределы интегрирования	$\begin{cases} y=\sqrt{x}, \\ y=2; \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x}=2 \Rightarrow x=4,$ $a=x_A=4,\ b=x_B=9$	$\begin{cases} y=x^2, \\ y=2-x; \end{cases} \Rightarrow$ $\Rightarrow x^2+x-2=0 \Rightarrow x=-2;1$
4	Вычисляем искомую площадь по формуле (*)	$S=\int\limits_4^9 \sqrt{x}dx-\int\limits_4^9 2dx=\left.\frac{2x^{3/2}}{3}\right\|_4^9-$ $-\left.2x\right\|_4^9=\frac{2}{3}(27-8)-2(9-4)=$ $=\frac{8}{3},$ $S=2\frac{2}{3}$ (кв.ед.)	$S=\int\limits_0^1 x^2dx+\int\limits_1^2(2-x)dx=$ $=\left.\frac{x^3}{3}\right\|_0^1+\left.\left(2x-\frac{x^2}{2}\right)\right\|_1^2=\frac{1}{3}+$ $+\left(4-\frac{4}{2}\right)-\left(2-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{6},$ $S=\frac{5}{6}$ (кв.ед.)

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

1) $y=x^2, y=0, x=2$; 2) $y=x^2, y=1$; 3) $y=-x^2+1, y=0$; 4) $y=1+x^2, y=2$;

5) $y=e^x, y=0, x=0, x=1$; 6) $y=x^3, y=\sqrt{x}$; 7) $y=2x-x^2, y=\frac{3}{4}$;

8) $y=x^3, y=1, x=2$; 9) $y=\frac{5}{x}, y=6-x$.

Тема 10.3.3. Решение примеров на вычисление площадей плоских фигур (1 час)

Самостоятельная работа № 92

Индивидуальные задания.

Цель работы: Закрепить навык вычисления площади криволинейной трапеции.

Отработать навыки вычисления площадей криволинейных фигур с помощью интегралов.

Содержание работы:

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y=-x^2+2x+3,\quad y=0$.

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y=0,\quad y=2\sin\frac{x}{2},$ если $0\le x\le 2\pi$.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2, \quad y = 0, \quad x = 4;$

б) $y = -x^2 + x, \quad y = 0;$

в) $y = \cos x, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = \frac{\pi}{6};$

г) $y = \frac{1}{x^3}, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 2.$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:
   a) $y = \sqrt{x}; \; y = 2 - x$ и осью абсцисс.
   b) $y = -x^2 + 1; \; y = -x + 1.$
   c) $y = 2x^2$и $y = -2x^2 + 4.$

Тема 10.3.4. Решение примеров на вычисление площадей плоских фигур (1 час)
Самостоятельная работа № 93

Вариант 1

Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = -x^2 + 3; y = 0$

1) $4\sqrt{3}$; 2) $6\sqrt{3}$; 3) $9\sqrt{3}$; 4) $8\sqrt{3}$.

б) $y = \sqrt{x}; \; y = \frac{1}{2}x$

1) 2; 2) $1\frac{1}{3}$; 3) $2\frac{2}{3}$; 4) $1\frac{2}{3}$.

Вариант 2

Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = 2x^2; \; y = 0; \; x = 2$

1) $5\frac{2}{3}$; 2) $2\frac{1}{3}$; 3) $5\frac{1}{3}$; 4) $2\frac{2}{3}$

б) $y = 5 - x^2; \; y = 1;$

1) 16; 2) $5\frac{1}{3}$; 3) $11\frac{1}{3}$; 4) $10\frac{2}{3}$

Тема 10.4. Примеры применения интеграла в физике и геометрии (3 часа)
Тема 10.4.1. Примеры применения интеграла в физике и геометрии (1 час)
Самостоятельная работа № 94

Решите следующие задачи:

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями у= 4 -x^2, у=0.
2. Тело движется с ускорением a(t)= 4sin t(м/с^2). Определите как изменится скорость за время от 0 до п/3сек.
3. Определить массу стержня длины L=10 м, если линейная плотность стержня меняется по закону p(x) =6+0,3x кг/м, где x — расстояние от одного из концов стержня.
4. Сечение тела плоскостью, перпендикулярной к оси OX и проходящей через точку с абсциссой X, является квадратом, сторона которого равна дроби 1/X . Найдите объём этого тела.
5. Найти уравнение кривой, проходящей через точку A(0;1), у которой касательная имеет угловой коэффициент, равный ординате точки касания.
6. По цепи идет переменный ток I= 6t -t^2(A) . Найдите величину заряда прошедшего по цепи за первые 6 сек.
7. Тело движется прямолинейно со скоростью v(t)= 16t – 4t^2 (м/с). Найти длину пути, пройденного телом от начала движения до его остановки.
8. Найти уравнение кривой, если угловой коэффициент касательной равен 2x.

Тема 10.4.2. Примеры применения интеграла в физике и геометрии (1 час)
Самостоятельная работа № 95

1 вариант

№1. Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t)=6t^2+4$. Найти путь пройденный телом за 4 секунды от начала движения.
№2. Скорость движения точки выражается формулой $v(t)=18t-3t^2$. Найти путь, пройденный точкой от начала движения до ее остановки.
№3. Сила в 60 Н растягивает пружину на 2 см. Первоначальная длина пружины равна 14 см. Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть ее до 20 см?

2 вариант

№1. Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t)=3+3t^2$. Найти путь пройденный телом за первые 5 секунд от начала движения.
№2. Тело брошено вертикально вверх со скоростью $v(t)=49-9{,}8t$. Найти наибольшую высоту его подъема.
№3. Какую работу совершает сила в 8 Н при растяжении пружины на 6 см?

3 вариант

№1. Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t)=t^2+4t-2$. Найти путь пройденный телом за 10-ю секунду.
№2. Скорость движения точки выражается формулой $v(t)=64t-4t^2$. Найти путь, пройденный точкой от начала движения до ее остановки.
№3. Сила в 40 Н растягивает пружину на 0,04 м. Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть ее на 0,02 м?

4 вариант

№1. Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t)=t+6t^2$. Найти путь пройденный телом за 2-ю секунду.
№2. Тело брошено вертикально вверх со скоростью $v(t)=t^2-49$. Найти наибольшую высоту его подъема.
№3. Пружина в спокойном состоянии имеет длину 20 см. Сила в 9,8 Н растягивает ее на 2 см. Определить работу, затраченную на растяжение пружины от 25 см до 35 см.

Тема 10.4.3. Решение примеров (1 час)
Самостоятельная работа № 96
Вариант 1.

1. Найдите неопределенный интеграл:

а) $\int(x + 2)dx$; б) $\int(x^3 - 2x + 1)dx$; в) $\int(x^2 + \cos x)dx$; г) $\int 2\sin 5x dx$.

2. Вычислите следующие интегралы:

а) $\int_0^2 x^4 dx$; б) $\int_{-1}^2 2dx$; в) $\int_{-2}^2 (3-x)dx$; г) $\int_{-1}^1 (2x-3x^2)dx$; д) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx$; е) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2$, $x = 1$, $x = 3$, $y = 0$;
б) $y = x^2 - 2x + 2$; $y = 0$

Вариант 2.

1. Найдите неопределенный интеграл:

а) $\int(3x - 1)dx$; б) $\int(x^4 - 3x^2 + 7)dx$; в) $\int(x^5 + \sin x)dx$; г) $\int 7\cos 3x dx$.

2. Вычислите следующие интегралы:

а) $\int_{-1}^3 x^3 dx$; б) $\int_{-3}^3 5dx$; в) $\int_{-3}^1 (6-x)dx$; г) $\int_1^2 (x^2-2x)dx$; д) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$; е) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2 x}$.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^3$, $x = 1$, $x = 3$, $y = 0$;
б) $y = x^2 - 6x + 5$; $y = 0$

Тема 11. Многогранники и тела вращения (15 часов)

Тема 11.1. Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Призма. Прямая и наклонная призма. Формулы площади поверхностей и объема призмы (1 час)

Самостоятельная работа № 97

Задание 1: решить тест

1. Геометрическое тело - это
   - поверхность тела, ограничивающая его
   - связанная фигура в пространстве, которая содержит все свои граничные точки
   - ограниченная связанная фигура в пространстве, которая содержит все свои граничные точки
   - ограниченная фигура в пространстве, которая содержит все свои граничные точки
2. Точка (прямая, плоскость) называется центром (осью, плоскостью) симметрии фигуры, если
   - каждая фигура симметрична относительно некоторой фигуры
   - каждая точка фигуры симметрична относительно нее некоторой точке той же фигуры
   - каждая точка фигуры симметрична относительно нее некоторой прямой той же фигуры
   - каждая точка фигуры симметрична относительно нее некоторой плоскости той же фигуры
3. Фигура называется ограниченной, если
   - у нее есть вершины
   - ее можно продлить
   - ее можно заключить в какую-нибудь сферу
   - вокруг нее можно построить плоскость
4. Многогранник - это
   - поверхность, составленная из n- параллелограммов
   - поверхность, составленная из n-многоугольников и n-треугольников
   - поверхность, составленная из многоугольников
   - поверхность, составленная из n-многоугольников и n-параллелограммов
5. Многогранник называется выпуклым, если
   - он расположен по разные стороны от каждой его вершины
   - он расположен по одну сторону от каждой его вершины
   - он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани
   - он расположен по разные стороны от плоскости каждой его грани
6. Выпуклый многогранник называется правильным, если
   - его боковые грани равные многоугольники
   - все его грани равные многоугольники
   - его боковые грани равные параллелограммы
   - не равны друг другу
   - все его грани равные параллелограммы
7. Призма - это
   - многогранник, составленный из двух многоугольников, расположенных в двух равных плоскостях и n - параллелограммов
   - многогранник, составленный из двух равных многоугольников, и n - параллелограммов
   - многогранник, составленный из двух равных многоугольников, расположенных в двух плоскостях и n - параллелограммов

- многогранник, составленный из двух равных многоугольников, расположенных в параллельных плоскостях и n - параллелограммов
- Если боковые ребра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма называется
- правильной
- прямой
- наклонной
- перпендикулярной

8. Площадь боковой поверхности прямой призмы равна
   - произведению периметра основания на высоту призмы
   - произведению периметра основания на апофему
   - произведению ребра основания на высоту призмы
   - произведению ребер основания на высоту призмы
9. Площадь полной поверхности призмы равна
   - сумме площадей всех ее граней
   - сумме квадратов трех его измерений
   - сумме площадей двух ее граней
   - произведению квадратов двух его измерений
10. Построить наклонную четырехугольную призму.

Задание 2: Изготовить дома модель призмы.

Тема 11.2. Параллелепипед. Куб. Формулы площади поверхностей и объема параллелепипеда (2 часа)

Тема 11.2.1. Параллелепипед. Куб. Формулы площади поверхностей и объема параллелепипеда (1 час)

Самостоятельная работа № 98

Задание 1. Дайте ответы на поставленные вопросы:

1. Дайте определение параллелепипеда.
2. Какие вершины параллелепипеда называются противоположными?
3. Что называется диагональю параллелепипеда?
4. Сформулируйте свойства параллелепипеда.
5. Какой параллелепипед называется прямоугольным?
6. Назовите свойства прямоугольного параллелепипеда.
7. Докажите теорему о диагонали прямоугольного параллелепипеда.
8. Что такое куб?
9. Расскажите о симметрии куба.
10. Расскажите о симметрии параллелепипеда.
11. Как найти объем прямоугольного параллелепипеда?

Задание 2. Тест

Сколько всего граней у параллелепипеда?

1) 4 2) 5 3) 6 4) 12

12. Из каких геометрических фигур состоит параллелепипед?

1) параллелограммов 2) треугольников 3) пятиугольников 4) трапеций

13. Сколько боковых граней у параллелепипеда?

1) 4 2) 5 3) 6 4) 12

14. Сколько оснований имеет параллелепипед?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

15. Сколько всего ребер у параллелепипеда?

1) 4 2) 6 3) 8 4) 12
16. Сколько всего вершин имеет параллелепипед?
1) 4 2) 6 3) 8 4) 12
17. Какие элементы имеются у параллелепипеда?
1) грани 2) диагонали 3) ребра 4) дуги 5) вершины
18. Сколько боковых ребер у параллелепипеда?
1) 4 2) 6 3) 8 4) 12
19. Что лежит в основании параллелепипеда?
1) ромб 2) параллелограмм 3) треугольник 4) трапеция
20. Сколько диагоналей у параллелепипеда?
1) 3 2) 4 3) 6 4) не имеет диагоналей

Задание 3: изготовить дома модели параллелепипеда и куба.

Тема 11.2.2. Различные виды многогранников. Их изображения. Призма, параллелепипед, куб (1 час)
Самостоятельная работа № 99
1-вариант
1) Найдите площадь полной поверхности куба, если объем равен 64 см^3.
2) Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 3, 4 и 5 см. Найти диагональ параллелепипеда и угол между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.
2-вариант
1) Найти диагональ куба, если площадь полной поверхности равна 27 см^2.
2) В прямоугольном параллелепипеде измерения равны 5, 7 и 8. Найдите диагональ параллелепипеда и синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.

Тема 11.3. Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр. Формулы площади поверхностей и объема пирамиды (2 часа)
Тема 11.3.1. Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр. Формулы площади поверхностей и объема пирамиды (1 час)
Самостоятельная работа № 100
Задание 1. Дайте ответы на поставленные вопросы:
1. Дайте определение пирамиды.
2. Какая пирамида называется правильной?
3. Будет ли пирамида правильной, если ее боковыми гранями являются правильные треугольники?
4. Сколько граней, перпендикулярных к плоскости основания, может иметь пирамида?
5. Как вычислить площадь боковой поверхности правильной пирамиды?
6. Чему равен объем пирамиды?
7. Дайте определение усеченной пирамиды.
8. Дайте определение высоты усеченной пирамиды.
9. Что собой представляют боковые грани усеченной пирамиды?
10. Какая усеченная пирамида называется правильной?
11. Чему равна площадь боковой поверхности правильной усеченной пирамиды?
12. Как вычислить объем усеченной пирамиды?

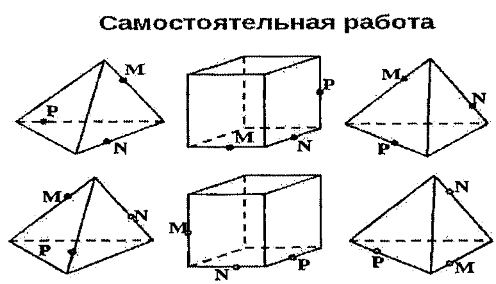
Задание 2. Изготовить дома модели пирамиды и усеченной пирамиды.

Тема 11.3.2. Пирамида, усеченная пирамида. Площади поверхности и объем (1 час)
Самостоятельная работа № 101
Индивидуальные задания.

1. Основанием четырёхугольной пирамиды служит ромб со стороной 3 и острым углом 45^0. Найти объём пирамиды, если её высота равна $\sqrt{2}$.
2. Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна 7, а сторона основания – 8. Определить боковое ребро.
3. Основанием треугольной пирамиды является прямоугольный треугольник с меньшим катетом $\sqrt{3}$ и острым углом 30^0. Найти объём пирамиды, если её высота равна гипотенузе основания.
4. Найти объём правильного тетраэдра с ребром $3\sqrt{2}$.
5. Объём правильной четырёхугольной пирамиды равен 171. Найти объём другой правильной четырёхугольной пирамиды, у которой сторона основания в 3 раза меньше, а высота равна высоте данной пирамиды.
6. Чему равна площадь полной поверхности правильной пирамиды, боковое ребро которой равно 5, а основанием служит квадрат со стороной 6?
7. Основанием треугольной пирамиды служит прямоугольный треугольник с гипотенузой 8 и острым углом 45^0. Найти объём пирамиды, если её высота равна 3.
8. Найти объём правильной четырёхугольной пирамиды, все рёбра которой равны $3\sqrt{2}$.
9. Боковые грани треугольной пирамиды – прямоугольные треугольники, а боковые рёбра равны $\sqrt{3-\sqrt{3}}$. Вычислить полную поверхность пирамиды.
10. В правильной треугольной пирамиде высота равна стороне основания и равна $\sqrt[6]{3}$. Найти объём пирамиды.
11. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 6, двугранный угол при основании равен 45^0. Определить объём пирамиды.
12. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 1, а её боковая поверхность $0{,}5\sqrt{3}$. Найти высоту пирамиды.
13. Найти объём правильной треугольной пирамиды, высота которой равна $\sqrt{3}$, а все плоские углы при вершине – прямые.
14. боковая поверхность правильной треугольной пирамиды в $\sqrt{3}$ раз больше площади её основания. Найти $tg\frac{\alpha}{2}$, где α - плоский угол при вершине пирамиды.
15. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 4 и составляет с плоскостью основания угол 60^0. Найти объём пирамиды.

Тема 11.4. Сечения куба, призмы и пирамиды (1 час)
Самостоятельная работа № 102

Задание 1. Постройте сечения параллелепипеда и тетраэдра, заданные тремя точками



Задание 2. Изготовить модели многогранников с сечениями

Тема 11.5. Представление о правильных многогранниках (2 часа)
Тема 11.5.1. Представление о правильных многогранниках (1 час)
Самостоятельная работа № 103

Задание 1. Тест

ВАРИАНТ 1	**ВАРИАНТ 2**
1. Сколько существует видов правильных многогранников? 1) 13 2) 5 3) 4 4) Много 5) 6	1. Какое из перечисленных геометрических тел не является правильным многоугольником? 1) Правильный тетраэдр; 2) правильный гексаэдр; 3) правильная призма; 4) правильный додекаэдр; 5) правильный октаэдр.
2. Какой из математиков установил соотношения между числом вершин, ребер и граней выпуклого многогранника? 1) Платон 2) Архимед 3) Эйлер 4) Кеплер	2.Какой из математиков впервые ввел понятия правильных многогранников? 1) Платон 2) Архимед 3) Эйлер 4) Кеплер
3. Сколько ребер может сходиться в одной вершине правильного многогранника? 1) 3, 4 или 5; 2) 3 или 4; 3) 3 или 5; 4) 4 или 5;	3. Какой правильный *n*-угольник не может быть гранью правильного многогранника? (Укажите *n*) 1) а) $n = 4$; 2) б) $n = 3$; 3) в) $n = 5$; 4) г) $n = 6$.
4..Площадь поверхности додекаэдра равна 180 $см^2$. Определите площадь его грани. а) 18 $см^2$; б) 12 $см^2$; в) 9 $см^2$; г) 15 $см^2$.	4.Площадь поверхности икосаэдра равна 180 $см^2$. Определите площадь его грани. а) 18 $см^2$; б) 12 $см^2$; в) 9 $см^2$; г) 15 $см^2$.
5. Какие из предложенных многогранников правильные? 1) пирамида, куб 2) куб, октаэдр 3) призма, октаэдр 4) тетраэдр, параллелепипед	5. Какой из многоугольников является гранями додекаэдра? 1) треугольник 2) пятиугольник 3) ромб 4) шестиугольник
6. Диагональное сечение - это сечение плоскостью, соединяющий: 1) два ребра многогранника, 2) два ребра многогранника, не принадлежащие одной грани; 3) два ребра грани многогранника; 4) проходящее через диагонали призмы	6. Диагональ многогранника - это отрезок, соединяющий: 1) две вершины многогранника, 2) две вершины многогранника, не принадлежащие одной грани; 3) две вершины грани многогранника; 4) две точки, не лежащие в одной грани

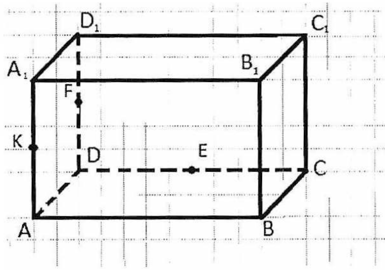
Задание 2. Изготовить модели правильных многогранников.

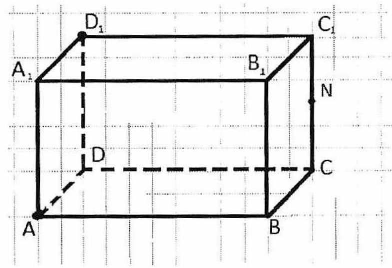
Тема 11.5.2. Сечения, развертки многогранников. Правильные многогранники (1 час)

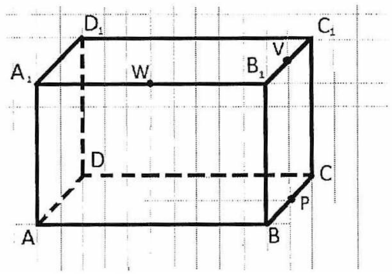
Самостоятельная работа № 104

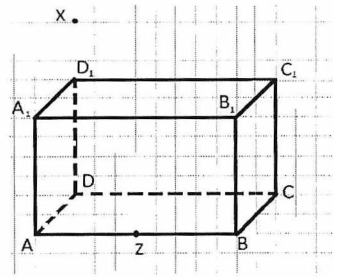
Задание. Постройте сечения параллелепипеда, заданные тремя точками

Вариант 1. Вариант 2









Тема 11.6. Цилиндр. Формулы площади поверхностей и объема цилиндра (2 часа)

Тема 11.6.1. Цилиндр. Формулы площади поверхностей и объема цилиндра (1 час)

Самостоятельная работа № 105

Задание 1. Дайте ответы на поставленные вопросы:

1. Что такое цилиндр?
2. Дайте определение оси цилиндра.
3. Что называется образующей цилиндра?
4. Вращением какой фигуры получается цилиндр?
5. Что представляет собой сечение цилиндра плоскостью, параллельной образующей? Параллельной основанию?
6. Чему равна площадь поверхности цилиндра?
7. Напишите формулу объема цилиндра.
8. Изменится ли объем цилиндра, если диаметр его основания увеличить в 2 раза, а высоту уменьшить в 4 раза?

Задание 2. Изготовить дома модель цилиндра.

Тема 11.6.2. Решение задач по теме «Цилиндр. Формулы площади поверхностей и объема цилиндра» (1 час)

Самостоятельная работа № 106

1 вариант	2 вариант
1) Радиус основания цилиндра равен 7, высота равна 2. Найдите площадь боковой поверхности	1) Радиус основания цилиндра равен 6, высота равна 7. Найдите площадь боковой поверхности

цилиндра, деленную на π.	цилиндра, деленную на π.
2) Длина окружности основания цилиндра равна 6, высота равна 3. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.	2) Длина окружности основания цилиндра равна 3, высота равна 2. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
3) Длина окружности основания цилиндра равна 14. Площадь боковой поверхности равна 182. Найдите высоту цилиндра.	3) Длина окружности основания цилиндра равна 3. Площадь боковой поверхности равна 9. Найдите высоту цилиндра.
4) Площадь боковой поверхности цилиндра равна 9π, а диаметр основания равен 3. Найдите высоту цилиндра.	4) Площадь боковой поверхности цилиндра равна 15π, а диаметр основания равен 5. Найдите высоту цилиндра.
5) Площадь боковой поверхности цилиндра равна 64π , а высота — 8. Найдите диаметр основания.	5) Площадь боковой поверхности цилиндра равна 12π, а высота — 2. Найдите диаметр основания.

Тема 11.7. Конус. Усеченный конус. Формулы площади поверхностей и объема конуса (2 часа)

Тема 11.7.1. Конус. Усеченный конус. Формулы площади поверхностей и объема конуса (1 час)

Самостоятельная работа № 107

Задание 1.

1.Определение конуса	1. Тело, ограниченное поверхностью и кругами. 2. Тело, ограниченное конической поверхностью и двумя кругами. 3.Тело, ограниченное конической поверхностью и кругами. 4. Тело, ограниченное конической поверхностью и кругом.
2.Что представляет боковая поверхность конуса?	1. Овал 2. Круг 3. Прямоугольник 4. Сектор
3. Что представляет осевое сечение конуса?	1. Овал 2. Круг 3. Прямоугольник 4. Треугольник
4. Что представляет сечение конуса, проведенное плоскостью, перпендикулярно оси?	1. Овал 2. Круг 3. Прямоугольник 4. Треугольник
5. Площадь основания конуса.	1. $S=2\pi r^2$ 2. $S=2\pi r$ 3. $S=\pi r^2$ 4. $S=2\pi rh$
6.Площадь боковой поверхности конуса.	1. $S=2\pi r^2$ 2. $S=2\pi r$ 3. $S=\pi rl$ 4. $S=2\pi rh$
7. Площадь полной поверхности конуса.	1. $S=2\pi r(r+h)$ 2. $S=2\pi(r+l)$ 3. $S=2r(r+h)$ 4. $S=\pi r(r+l)$
8.Вращением какой геометрической фигуры можно	1. Вращением прямоугольного треугольника вокруг катета. 2. Вращением прямоугольника вокруг одной из сторон.

получить конус?	3. Вращением прямоугольного треугольника вокруг гипотенузы. 4. Вращением прямоугольника вокруг диагонали.
9. Какой вид не может иметь сечение конуса?	1. Овал. 2. Круг. 3. Треугольник. 4. Квадрат.
10. Сколько образующих можно провести в конусе?	1. Одну. 2. Две. 3. Три. 4. Много

Задание 2. Изготовить дома модели конуса и усеченного конуса.

Тема 11.7.2. Конус, усеченный конус. Вычисление площадей и объемов (1 час)
Самостоятельная работа № 108

Вариант 1

1.Длина окружности основания конуса равна 3, образующая равна 2. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

2. Высота конуса равна 36, образующая равна 45. Найдите площадь его полной поверхности, деленную на π.

3. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую увеличить в 11 раз?

4. Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшить в 10 раз?

5. Высота конуса равна 48, а диаметр основания — 72. Найдите образующую конус

6.Высота конуса равна 60, а длина образующей — 87. Найдите диаметр основания конуса.

7. Диаметр основания конуса равен 126, а длина образующей — 87. Найдите высоту конуса.

Вариант 2

1.Длина окружности основания конуса равна 6, образующая равна 2. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

2. Высота конуса равна 21, образующая равна 35. Найдите площадь его полной поверхности, деленную на π.

3. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую увеличить в 9 раз?

4. Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшить в 2 раза?

5. Высота конуса равна 30, а диаметр основания — 32. Найдите образующую конуса.

6. Высота конуса равна 48, а длина образующей — 52. Найдите диаметр основания конуса.

7. Диаметр основания конуса равен 40, а длина образующей — 52. Найдите высоту конуса.

Тема 11.8. Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере. Формулы объема шара и площади сферы. Подобие тел. Отношения площадей поверхностей и объемов подобных тел (3 часа)

Тема 11.8.1. Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере. Формулы объема шара и площади сферы (1 час)

Самостоятельная работа № 109

Вариант 1

№ п/п	Вопрос	Решение
1	Найдите координаты центра и радиус	

	сферы, заданной уравнением $(x-2)^2+(y+3)^2+z^2 = 25$.	
2	Напишите уравнение сферы радиуса R с центром в точке A, если A(2;0; -1), R = 7.	
3	Проверьте лежит ли точка A на сфере, заданной уравнением $(x+2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2 = 1$, если A(-2;1; 4).	
4	Докажите, что данное уравнение $x^2+y^2+z^2 +2x -2y = 2$ является уравнением сферы, запишите координаты центра и радиус сферы.	
5	Точки A и B принадлежат шару. Принадлежит ли этому шару любая точка отрезка AB?	
6	Сфера, радиус которой равен 10 см., пересечена плоскостью. Расстояние от центра сферы до этой плоскости равно 8 см. Найдите радиус окружности, получившейся в сечении.	
7	Найдите площадь сферы, радиус которой равен 5 см.	

Вариант 2

№ п/п	Вопрос	Решение
1	Найдите координаты центра и радиус сферы, заданной уравнением $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2 = 16$.	
2	Напишите уравнение сферы радиуса R с центром в точке A, если A(-2;1; 0), R = 6.	
3	Проверьте лежит ли точка A на сфере, заданной уравнением $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-4)^2 = 4$, если A(5;-1; 4).	
4	Докажите, что данное уравнение $x^2+y^2+z^2 -2x +2z = 2$ является уравнением сферы, запишите координаты центра и радиус сферы.	
5	Могут ли все вершины прямоугольного треугольника с катетами 4 см и 3 см лежать на сфере радиуса 5 см?	
6	Сфера, радиус которой равен 13 см., пересечена плоскостью. Расстояние от центра сферы до этой плоскости равно 12 см. Найдите радиус окружности, получившейся в сечении.	
7	Найдите площадь сферы, радиус которой равен 10 см.	

Тема 11.8.2. Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере. Вычисление площадей и объемов (1 час)

Самостоятельная работа № 110

Вариант 1.

1. Сфера, радиусом 15см, пересечена плоскостью, проходящей на расстоянии 9см от центра сферы. Найти длину линии пересечения сферы и плоскости.
2. Плоскость, касающаяся шара, проходит на расстоянии 4см от центра шара. Найти площадь поверхности шара.
3. Диаметр шара равен 6. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45^0 к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.
4. Площадь сферы, вписанной в куб, равна 25π. Найти радиус сферы, описанной около этого куба.

Вариант 2.

1. Сфера, радиусом 20см, пересечена плоскостью, проходящей на расстоянии 12см от центра сферы. Найти длину линии пересечения сферы и плоскости.
2. Плоскость, касающаяся шара, проходит на расстоянии 6см от центра шара. Найти площадь поверхности шара.
3. Диаметр шара равен 10. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45^0 к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.
4. Площадь сферы, вписанной в куб, равна 100π. Найти радиус сферы, описанной около этого куб

Тема 11.8.3. Решение примеров (1 час)
Самостоятельная работа № 111

1 – вариант

1. Какое из ниже предложенных определений – определение призмы?

а) ... *называется тело, которое состоит из двух кругов не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным*
переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов;

б) ... *называется многогранник, который состоит из двух плоских многоугольников, лежащих в разных плоскостях и*
совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих многоугольников;

в) ... *называется тело, которое состоит из круга – основания, точки, не лежащей в плоскости этого круга, - вершины и всех*
отрезков, соединяющих вершину с точками основания;

г) ... *называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника – основания, точки, не лежащей в плоскости*
основания, - вершины и всех отрезков, соединяющих вершину с точками основания.

2. Многоугольник называется выпуклым, если...

3. Из каких элементов состоит цилиндр, выберите верный ответ из числа предложенных

а) основание, апофема, образующие; б) основание, вершина, грани, высота;

в) грани, два основания, диагональ; г) два основания, образующие, высота.

4. Изобразите на рисунке четырехугольную призму. Назовите ее основания, боковую поверхность, боковые грани и ребра. Какими геометрическими фигурами они являются?

5. Ребро куба равно 12 см. Чему равен его периметр?

а) 24 (см.); б) 48 (см.); в) 120 (см.); г) 144 (см.).

6. Сколько осевых сечений можно провести в прямом цилиндре?

а) одно; б) два; в) много; г) у прямого цилиндра нет осевых сечений

7. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям 1; 2; 2

а) 3; б) 81; в) 29; г) 7.

8 . Какую величину необходимо найти, чтобы узнать какое количество черепицы потребуется для ремонта крыши дома, имеюшую вид пирамиды? (обосновать свой выбор)

а) периметр; б) объём;

в) площадь полной поверхности; г) площадь боковой поверхности.
9. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если известны три его измерения 0,5; 3;
а) 7; б) 112; в) 12; г) 24
10. Как изменится площадь боковой поверхности цилиндра, если радиус основания цилиндра увеличится в 2 раза, а высота останется прежней?
а) увеличится в 4 раза; б) уменьшится в 4 раза;
в) уменьшится в 2 раза; г) увеличится в 2 раза.
11. Какое из ниже предложенных определений – определение цилиндра?
а) ... *называется тело, которое состоит из двух кругов не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов*;
б) ... *называется многогранник, который состоит из двух плоских многоугольников, лежащих в разных плоскостях и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих многоугольников;*
в) ... *называется тело, которое состоит из круга – основания, точки, не лежащей в плоскости этого круга, - вершины и всех отрезков, соединяющих вершину с точками основания*;
г) ... *называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника – основания, точки, не лежащей в плоскости основания, - вершины и всех отрезков, соединяющих вершину с точками основания.*
12. Многогранник называется выпуклым, если …
13. Из каких элементов состоит призма, выберите верный ответ из числа предложенных
а) основание, апофема, образующие; б) два основания, вершина, ребра, апофема;
в) грани, ребра, два основания, вершины; г) основание, образующие, высота.
14. Изобразите на рисунке пятиугольную пирамиду. Назовите ее основания, боковую поверхность, боковые грани и ребра. Какими геометрическими фигурами они являются?
15. Ребро куба равно 11 дм. Чему равен его периметр?
а) 330 (дм.); б) 132 (дм.); в) 165 (дм.); г) 133 (дм.).
16. Сколько диагональных сечений можно провести в шестиугольной призме?
а) 2; б) 9; в) 6; г) 7.
17. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям 2; 3; 6.
а) 3; б) 81; в) 29; г) 7.
18. Какую величину необходимо найти, чтобы узнать какое количество краски потребуется чтобы полностью выкрасить бак, имеющий вид параллелепипеда?(обосновать свой выбор)
а) периметр; б) объём;
в) площадь полной поверхности; г) площадь боковой поверхности.
19. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если известны три его измерения 7; 13; 4.
а) 364; б) 133; в) 64; г) 24.
20. Как изменится площадь боковой поверхности цилиндра, если высота цилиндра увеличится в 2 раза, а радиус основания останется прежним?
а) увеличится в 4 раза; б) уменьшится в 4 раза;
в) уменьшится в 2 раза; г) увеличится в 2 раза.

2 – вариант

1. Какое из ниже предложенных определений – определение пирамида?
а) ... *называется тело, которое состоит из двух кругов не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов*;
б) ... *называется многогранник, который состоит из двух плоских многоугольников, лежащих в разных плоскостях и*

совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих многоугольников;
в) ... *называется тело, которое состоит из круга – основания, точки, не лежащей в плоскости этого круга, - вершины и всех*
отрезков, соединяющих вершину с точками основания;
г) ... *называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника – основания, точки, не лежащей в плоскости*
основания, - вершины и всех отрезков, соединяющих вершину с точками основания.
2. Многоугольник называется правильным, если …
3. Из каких элементов состоит конус, выберите верный ответ из числа предложенных
а) основание, образующие, вершина; б) основание, грани, образующие, ось;
в) ось, грани, два основания, диагональ; г) два основания, диагональ, высота.
4. Изобразите на рисунке параллелепипед. Назовите его основания, боковую поверхность, боковые грани и ребра. Какими геометрическими фигурами они являются?
5. Ребро куба равно 13 см. Чему равен его периметр?
а) 169 (см.); б) 39 (см.); в) 156 (см.); г) 139(см.).
6. Сколько осевых сечений можно провести в прямом конусе?
а) одно; б) у прямого конуса нет осевых сечений; в) три; г) много.
7. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям 6; 6; 7.
а) 19; б) 11; в) 29; г) 7.
8. Какую величину необходимо найти, чтобы узнать какое количество воды потребуется для того чтобы полностью заполнить бассейн, имеющую вид прямой призмы? (обосновать свой выбор)
а) объём; б) периметр; в) площадь полной поверхности; г) площадь боковой поверхности.
9. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если известны три его измерения 12; 7; 0,5.
а) 42; б) 84; в) 19,5; г) 10.
10. Как изменится площадь боковой поверхности цилиндра, если высота цилиндра увеличится в 2 раза, а радиус основания уменьшится в 2 раза?
а) увеличится в 4 раза; б) останется прежней;
в) уменьшится в 2 раза; г) увеличится в 2 раза.
11. Какое из ниже предложенных определений – определение конуса?
а) ... *называется тело, которое состоит из двух кругов не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным*
переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов;
б) ... *называется многогранник, который состоит из двух плоских многоугольников, лежащих в разных плоскостях и*
совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих многоугольников;
в) ... *называется тело, которое состоит из круга – основания, точки, не лежащей в плоскости этого круга, - вершины и всех*
отрезков, соединяющих вершину с точками основания;
г) ... *называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника – основания, точки, не лежащей в плоскости*
основания, - вершины и всех отрезков, соединяющих вершину с точками основания.
12. Выпуклый многогранник называется правильным, если …
13. Из каких элементов состоит пирамида, выберите верный ответ из числа предложенных
а) основание, вершина, ребра, апофема ;
б) основания, вершина, высота;
в) грани, два основания, диагональ, апофема;
г) два основания, образующие, высота.

14. Изобразите на рисунке треугольную призму. Назовите ее основания, боковую поверхность, боковые грани и ребра. Какими геометрическими фигурами они являются?
15. Ребро куба равно 14 дм. Чему равен его периметр?
а) 168 (дм.); б) 51 (дм.); в) 163 (дм.); г) 289 (дм.).
16. Сколько диагональных сечений можно провести в пятиугольной пирамиде?
а) 2; б) 4; в) 5; г) 11.
17. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям 6; 3; 2.
а) 3; б) 7; в) 20; г) 11.
18. Какую величину необходимо найти, чтобы узнать какое количество обоев потребуется для оклейки стен кабинета? (обосновать свой выбор)
а) площадь боковой поверхности; б) периметр;
в) площадь полной поверхности; г) объем.
19. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если известны три его измерения 5; 7;
а) 17; б) 21; в) 12; г) 315.
20. Как изменится площадь боковой поверхности цилиндра, если высота цилиндра уменьшится в 4 раза, а радиус основания увеличится в 4 раза?
а) увеличится в 4 раза; б) увеличится в 8 раз; в) уменьшится в 4 раза; г) останется прежней.

Тема 12. Элементы теории вероятностей и математической статистики (7 часов)
Тема 12.1. Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей. Понятие о независимости событий (3 часа)
Тема 12.1.1. Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей. Понятие о независимости событий (1 час)
Самостоятельная работа № 112
Задание 1. Дайте ответы на поставленные вопросы:
1. Дайте определение понятию «событие».
2. Какие бывают события?
3. Какое событие называется случайным?
4. Какие события называются несовместными, а какие – совместными?
5. Какие события называются противоположными?
6. Дайте определение вероятности события.
7. Сформулируйте теоремы сложения вероятностей.
8. Сформулируйте теоремы умножения вероятностей.

Тема 12.1.2. Классическое определение вероятности, свойства вероятностей, теорема о сумме вероятностей (1 час)
Самостоятельная работа № 113
1. Из 25 билетов по геометрии ученик успел подготовить 11 первых билетов и 8 последних билетов. Какова вероятность того, что на экзамене ему достанется билет, который он не подготовил?
2. Имеется мишень круглой формы радиусом 25 см. Какова вероятность того, что стрелок попадёт в маленький круг радиуса 5см.
3. Сколько всего автомобильных номеров можно составить из четырёх цифр и трёх букв?
4. На экзамене по геометрии школьнику достанется один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.
5. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе

закончится в обоих автоматах, равна 0,12.Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

6. Готовясь к сессии, студент выучил 70 % билетов по истории и 30 % -по философии.
а) с какой вероятностью он сдаст оба эти экзамена?;
б) не сдаст ни одного экзамена? в) сдаст хотя бы один из этих экзаменов?

7. Коля подготовил к экзамену 15 вопросов из 20. С какой вероятностью в билете, который содержит два вопроса, он будет знать оба вопроса?

Тема 12.1.3. Вычисление вероятностей (1 час)
Самостоятельная работа № 114

1 вариант

1. Брошена игральная кость. Найти вероятность:
   а) появления четного числа очков;
   б) появления не больше двух очков.
2. В партии из 15 деталей имеется 8 стандартных. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наугад деталей 3 стандартные.

2 вариант

1. В урне 5 белых и 10 черных шаров. Из урны наугад вынимают один шар. Какова вероятность того, что вынутый шар окажется:
   а) черным; б) белым.
2. Первенство по футболу оспаривают 20 команд, среди которых 7 лидирующих. Путем жеребьевки команды распределяются на две группы по 10 команд в каждой. Какова вероятность попадания всех лидирующих команд в одну группу?

Тема 12.2. Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Числовые характеристики дискретной случайной величины (1 час)
Самостоятельная работа № 115

1.Случайная величина это:
- величина, которая принимает то или иное значение, неизвестно заранее какое;
- факт, который может произойти или не произойти.

2.Закон распределения дискретной случайной величины это:
- ряд распределения вероятностей;
- многоугольник распределения;
- плотность распределения.

3.Функция распределения это:
- вероятность того, что $X < x$;
- вероятность того, что $X = x$;
- вероятность того, что $X > x$.

4. Плотность распределения случайной величины это:
- характеристика для непрерывных случайных величин;
- характеристика для дискретных случайных величин;
- характеристика для комбинированных случайных величин.

5. Числовые характеристики случайных величин. Характеристики положения:
- математическое ожидание, мода, медиана;
- коэффициент асимметрии, эксцесс, сигма.

6. Мода вариационного ряда 3,4,5,6,10,10,12 равна
- 6;
- 10;
- 12;
- 3.

6. Числовые характеристики случайных величин. Центральные моменты, дисперсия это:

- характеристики положения;
- характеристики рассеивания.
- 0,0027.

Тема 12.3. Представление данных (таблицы, диаграммы, графики), генеральная совокупность, выборка, среднее арифметическое, медиана. Понятие о задачах математической статистики (3 часа)

Тема 12.3.1. Представление числовых данных (1 час)

Самостоятельная работа № 116

Вариант 1

1. Среднее арифметическое ряда чисел 26,38,46,15,34,67,12,42 равно:
   а) 34 б) 35 в) 38 г) 15
2. Размах ряда чисел 26,38,46,15,34,67,12,42 равен:
   а) 46 б) 23 в) 55 г) 56
3. Мода ряда чисел 31,27,18, 27,18, 21,27 равна:
   а) 18 б) 27 в) 21 г) 31
4. Медиана ряда чисел 20,33, 37,39, 41, 43, 45, 47, 58 равна:
   а) 42 б) 33 в) 40 г) 41
5. Медиана ряда чисел 1,4; 1,6; 2,4; 2,8; 3,4; 4; 4,6; 5,8 равна:
   а) 3,1 б) 2,4 в) 2,8 г) 3 ,7
6. Сколько чисел в ряду, если его медианой служит тринадцатый член?
   а) 13 б) 15 в) 26 г) 25

Вариант 2

1. Среднее арифметическое ряда чисел 28,39,53,18,34,68,18,46 равно:
   а) 34 б) 46 в) 38 г) 18
2. Размах ряда чисел 26,39,46,73,34,69,18,42 равен:
   а) 18 б) 55 в) 46 г) 73
3. Мода ряда чисел 30,25,19, 25,19, 21,25 равна:
   а) 19 б) 25 в) 30 г) 21
4. Медиана ряда чисел 20,33, 37,39, 42, 43, 46, 47, 68 равна:
   а) 68 б) 20 в) 42 г) 41
5. Медиана ряда чисел 1,4 ; 1,6 ; 2,4 ; 2,8 ; 3,6 ; 4 ; 4,6 ; 5,8 равна:
   а) 3,6 б) 2,4 в) 2,8 г) 3,2
6. Сколько чисел в ряду, если его медианой служит семнадцатый член?
   а) 33 б) 17 в) 34 г) 35

Проверь себя:

№ варианта	1	2	3	4	5	6
1	б	в	б	г	а	г
2	в	б	б	в	г	а

Тема 12.3.2. Решение примеров (1 час)

Самостоятельная работа № 117

Вариант 1

1. Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало число очков, кратное 3.
2. Из слова КОМПЬЮТЕР случайным образом выбирают одну букву. Какова вероятность того, что она окажется гласной.
3. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Дании, 6 спортсменов из Швеции, 4 спортсмена из Норвегии и 7 – из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Норвегии.

4. В коробке лежат 6 синих, 5 красных и 9 зеленых. Вычислить вероятность того, что взятый наугад карандаш будет синим, или красным.
5. Найдите Моду, Медиану, Размах, Среднее арифметическое выборки
   15, -7, 13, -6, 8, 2, 1, -8, -2

Вариант 2

1. Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало нечетное число очков.
2. Из слова ФУНКЦИЯ случайным образом выбирают одну букву. Какова вероятность того, что она окажется гласной.
3. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 6 спортсменов из Дании, 4 спортсмена из Швеции, 3 спортсмена из Норвегии и 7 – из Венгрии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Венгрии.
4. Для украшения елки принесли коробку, в которой находится 10 красных, 7 зеленых, 5 синих и 8 золотых шаров. Из коробки наугад вынимают один шар. Какова вероятность того, что он окажется красным или золотым?
5. Найдите Моду, Медиану, Размах, Среднее арифметическое выборки
   21, 12, -1, 7, -3, 20, 14, 0, 1

6. Информационное обеспечение обучения

Перечень рекомендуемых учебных изданий, дополнительной литературы, интернет-ресурсов:

Основные источники:

1. Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачева Н.В., Федорова Н.Е., Шабунин М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни – 7-е издание. М.: Просвещение, 2016.- 463 с.
2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Киселева Л.С., Позняк Э.Г. Геометрия 10-11 классы: учеб. для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни – 4-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 255 с.

Дополнительные источники:

Дадаян А. А. Математика: учебник / А.А. Дадаян. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: ИНФРА-М, 2018. — 544 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-16-012592-3. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/967862

Интернет-ресурсы:

1. www. fcior.edu.ru (Информационные, тренировочные и контрольные материалы).
2. Вся элементарная математика: средняя математическая интернет-школа. http://www.bym math.net
3. Геометрический портал, http://www.neive.by.ru
4. Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике on-line) http://www.mathtest.ru